C. D. U. 624.07 : 518·5

A COMPUTAÇÃO LINEAR E O CÁLCULO DAS ESTRUTURAS (*)

por F. CORREIA DE ARAÚJO
Prof. cat.º F. E. U. P.

RESUMO

O advento e a banalização da computação digital automática tiveram extraordinárias repercussões em todos os ramos da actividade humana, interessando tanto o homem de ciência e o técnico como o homem social. Enunciam-se as repercussões, directas e indirectas, que provocou no cálculo das estruturas resistentes das construções e, particularmente, os progressos que determinou na computação linear dessas estruturas, quer feita por via automática quer pelos processos correntes. E exemplifica-se com o caso das estruturas reticuladas.

SYNOPSIS

The advent and the widespread use of automatic digital computation have brought about extraordinary repercussions in all branches of human activity, concerning both the scientist and the social man. In this paper, attention is drawn to the direct and indirect effects of this tool upon the calculation of structures. In particular, it deals with the improvements so induced in linear computation, whether it is performed by means of automatic or conventional procedures. As an illustration, the case of skeletal structures is considered.

1. A banalização do uso dos computadores digitais automáticos, que se tem produzido nos últimos anos, é causa de repercussões prodigiosas em todos os ramos da actividade humana. Repercussões directas — por permitir a resolução de problemas científicos e técnicos inabordáveis pelos métodos correntes de cálculo e por tornar possíveis ou mais cómodas numerosas operações da vida quotidiana que não se supunha poderem ser formuladas ou não se ousava formular matemàticamente. Repercussões indirectas — por revelar a utilidade de métodos analíticos de cálculo até há pouco considerados de mera especulação científica ou de simples curiosidade matemática; por levar a desenvolvê-los e a generalizá-los ou a criar outros mais adequados ou mais poderosos; por permitir deduzir deles conclusões ou estabelecer princípios gerais antes ignorados ou apenas pressentidos; por determinar, enfim, o estudo, o estabelecimento e o ensino de bases para o que pode chamar-se, com algum exagero, uma nova filosofia da vida, usando métodos mais sintéticos e, por isso, de mais largo alcance.

Esta profunda revolução, que afecta tanto o homem de ciência e o técnico como o homem social, parece ir conduzindo à plena demonstração do princípio da filosofia pitagórica de que «o Número é o senhor do Universo» e da célebre e solene afirmação de Jacobi de que «Deus faz sempre Aritmética» !

Proponho-me dar ideia de como o cálculo das estruturas resistentes da construção foi afectado pelo advento deste extraordinário meio de trabalho.

Observe-se, porém, que o tema que, mais precisamente, me propus — «A computação linear e o cálculo das estruturas» —, refere computação *linear* e não computação *digital* nem computação *automática*. Isto manifesta um propósito deliberado e exige algumas palavras de explicação, com que aliás se entra imediatamente no vivo do assunto.

2. Os computadores automáticos modernos são de dois tipos fundamentais: os computadores digitais e os computadores analógicos. Os primeiros operam com números, mais precisamente, servem-se apenas dos números dígitos, que submetem a não mais do que a sucessivas operações de adição e subtracção: fazem aritmética. Os segundos utilizam a variação contínua de certas grandezas físicas que, em montagens mecânicas ou eléctricas ou magnéticas adequadas, simulam, por analogia, alguns problemas matemáticos: fazem análise. Os computadores digitais

(*) Conferência proferida em 7 de Março de 1967, integrada na IV Semana de Engenharia Civil.

não excedem o domínio do *discreto*, enquanto que os computadores analógicos abarcam o domínio do *contínuo*.

A régua de cálculo é um computador analógico. E é por computação analógica que pode estudar-se, de diversas maneiras, a torção simples de peças lineares, quer determinando as linhas de corrente de um fluido incompressível animado de movimento plano permanente, ou as curvas de nível de uma membrana de sabão ou de um monte de areia ou da superfície de separação de dois líquidos imiscíveis de igual densidade, etc. É também por computação analógica que se faz a determinação de linhas ou superfícies de influência com modelos. A fotoelasticimetria é um método de computação analógica. E são conhecidas numerosas montagens eléctricas que permitem integrar, por analogia, a equação de Laplace e outras equações diferenciais ou de derivadas parciais que regem problemas estruturais, etc., etc.

Exceptuando a régua de cálculo, não são, porém, os computadores analógicos que serão invocados aqui.

O primeiro computador digital de que o homem se serviu, a crer na etimologia, foi o conjunto dos dedos das mãos e dos pés. Ainda hoje, como se sabe, as crianças e muitos adultos utilizam o processo clássico de «contar pelos dedos»: cada dedo vale uma unidade, uma mão ou um pé meia dezena, as duas mãos ou os dois pés uma dezena, e assim sucessivamente. Operações elementares, de adição e subtracção, de unidades digitais de diferentes ordens, permitem executar operações mais complexas, particularmente a multiplicação e a divisão. E só desta maneira se faz, rigorosamente falando, o que agora pomposamente se denomina de «computação digital»...

Criaram-se depois outros computadores digitais, mais ou menos aperfeiçoados, todos baseados nas duas operações elementares da aritmética, a adição e a subtracção de números dígitos: pedras ou contas ou conchas de várias cores e tamanhos, varas com incisões, graduadas, a distâncias representativas das várias ordens de unidades, até se chegar ao ábaco — 2400 anos a.C. ao ábaco chinês, dizem uns, 600 anos a.C., dizem outros, ao ábaco grego —, ainda hoje correntemente usado no Oriente e até entre nós, por exemplo, na contagem das carambolas do jogo do bilhar.

Refiro, de passagem, outro ignorado computador digital, de uso universal: o rosário com que se resa o Terço...

As esferas do ábaco e as varas graduadas (os «tally sticks» parece que ainda eram usados na verificação das contas submetidas à «Court of Exchequer» da Grã Bretanha, em 1826) foram depois substituídas pelos dentes de rodas ou tambores giratórios, até que se chegou ao primeiro computador digital «moderno», mecânico, bem caracterizado: a máquina de somar construída por Pascal em 1642, que ainda existe e apenas efectuava operações de adição e subtracção. Leibnitz, em 1694, construiu uma máquina de calcular capaz de fazer multiplicações, por adições sucessivas, com um cilindro girante, graduado.

Só em 1820 foi possível obter uma máquina de calcular, de cilindro, «comercializável»: foi construída pelo alsaciano Thomas que, 58 anos depois, já tinha vendido mais de 1500 unidades. Na América, Baldwin, em 1875, substituiu o cilindro de Leibnitz por uma roda dentada e iniciou dessa maneira a produção de máquinas de calcular americanas. Em 1891, o russo Odhner, seguindo as ideias de Baldwin, fez também uma máquina de calcular, que os alemães, em 1892, haviam de transformar na Brunsviga, os suecos na Facit, os americanos na Marchant e na Burroughs — marcas todas ainda hoje existentes. A multiplicação automática foi inventada pelo francês Bollé, em 1887, e o seu princípio foi seguido, em 1892, na Millionaire alemã. A divisão automática só se conseguiu em 1910, na Mercedes-Euklid alemã.

Destas máquinas sairam as modernas máquinas de calcular de escritório, sendo os números registados em fendas (Brunsviga) ou em teclas (Facit) nas manuais, e só em teclas nas eléctricas. Deve notar-se que elas já possuem, há muito, uma «memória» incipiente e rudimentar, que permite guardar o resultado duma operação, sobre o qual é possível efectuar outra operação posterior.

Mas, entretanto, surgiu o computador digital automático, com o inglês Babbage, que, em 1822, começou por construir uma máquina não automática, a «máquina de diferenças», capaz de calcular e imprimir tabelas matemáticas, como tabelas de juros compostos e tábuas de logaritmos. Mas não dava inteira satisfação ao seu autor, que iniciou então o estudo duma máquina, a que chamou «máquina analítica», que poderia deter-

minar e imprimir valores numéricos de qualquer função algébrica, e cujo princípio não diferia essencialmente do dos mais modernos computadores digitais automáticos. Seria, como estes, dotada de um orgão de entrada, de um órgão de comando, de uma unidade aritmética, duma memória e de um orgão de saída.

Os dados, comunicados à máquina por meio de cartões perfurados (inventados pelo francês Jacquard, em 1780, para aplicação em máquinas têxteis), eram introduzidos no órgão de entrada e transportados para a unidade aritmética ou para a memória, conforme as instruções dadas pelo órgão de comando. Na unidade aritmética processavam-se as operações determinadas pelo órgão de comando, que podia ir às diferentes células da memória, cada uma individualizada por um «endereço», buscar os elementos indispensáveis para essas operações, cujos resultados eram finalmente enviados ao órgão de saída, onde eram registados em cartões perfurados ou impressos.

A memória era constituída por rodas montadas em coluna, do tipo usado nos contadores, e podia armazenar 1000 números de 50 algarismos. A unidade aritmética era constituída por um sistema de engrenagens, que fazia uma adição ou subtracção por segundo, uma multiplicação de números de 50 algarismos por minuto e, no mesmo tempo, uma divisão de um número de 100 por um de 50 algarismos. O órgão de comando actuava de harmonia com um «programa» prèviamente estabelecido, em que se continham a sucessão de instruções relativas às diversas operações a efectuar, a sua ordem, os endereços da memória em que havia a procurar dados ou a que havia de enviar resultados e, finalmente, as instruções de saída e de registo dos resultados finais.

Infelizmente, a máquina de Babbage ficou em projecto e não pôde ser construída em sua vida, por dificuldades de fabrico e de financiamento, como agora se diz. Parece que, tendo-lhe o governo inglês recusado novos créditos, Babbage procurou supri-los com os lucros de apostas em corridas de cavalos, obtidos por um método «infalível», que intentou criar. Está visto que, nestas condições, teria de morrer pobre, como efectivamente aconteceu, e sem construir a máquina analítica...

Mas o seu projecto havia de servir de inspiração e modelo à máquina que, um século depois, em 1944, foi construída por Aiken, com a colaboração da IBM, na Universidade de Harvard — a célebre Mark I. Operava mecânica e electromecânicamente, mas com velocidade de computação reduzida, devido à considerável inércia dos seus órgãos.

Veio, depois, a primeira máquina, ainda do tipo Babbage, operada electrònicamente, a ENIAC da Universidade de Pensilvânia, construída entre 1944 e 1946, em que os tempos de computação eram já consideràvelmente pequenos, da ordem de milisegundos.

Em 1945, von Neuman estabeleceu os princípios lógicos em que assentam os computadores actuais, com três alterações essenciais à concepção de Babbage:

1) introdução prévia do programa na memória;

2) possibilidade de alteração das instruções, em função de valores encontrados durante a computação, por aquilo a que chamou «decisão lógica» da própria máquina;

3) utilização de códigos de numeração.

São estes, ainda hoje, os princípios fundamentais dos computadores electrónicos, quaisquer que sejam os extraordinários aperfeiçoamentos que se lhes tem introduzido, de 1945 para cá. Há agora códigos adequados à índole dos problemas postos à máquina e à própria máquina. Há a possibilidade de comandar a máquina em linguagem vulgar e de receber os resultados da mesma maneira, depois dela própria ter vertido as instruções segundo código conveniente e traduzido os resultados, primeiro dados nesse código. Tratando-se do cálculo de estruturas, podem até os resultados ser dados em imagens das próprias estruturas. E é já possível aproveitar quase integralmente a capacidade útil de computação das máquinas (que se cifra em fracção muito pequena do tempo gasto na formulação, organização e codificação de cada problema), ligando a mesma máquina, telefònicamente, a vários utilizadores, que podem «conversar» com ela, pondo-lhe directamente os seus problemas individuais, e receber os respectivos resultados, enquanto os outros utilizadores preparam e codificam, outros problemas. Não estará pois longe a criação de centros de computação privados, cada um com a sua máquina e os seus assinantes, que poderão, sem sair dos gabinetes de trabalho, obter, em poucos segundos, resultados para os problemas que lhes interessam, até das mais diversas naturezas.

3. Ora acontece que os computadores têm a sua «linguagem» própria. Baseados sempre no mesmo princípio, de efectuar operações mais complexas por adições e subtracções sucessivas, são especialmente adequados à resolução de sistemas de equações algébricas lineares. E a formulação dos problemas lineares não pode fazer-se de maneira mais concisa, rápida, cómoda e económica, do que por meio da álgebra e do cálculo das matrizes: é esta a «linguagem» dos computadores digitais, a «linguagem matricial».

Curiosamente, verifica-se, a este respeito, fenómeno semelhante ao da utilização prática dos computadores digitais automáticos, cujo projecto, em «hibernação» durante um século, só havia, como se viu, de ser aproveitado muito recentemente.

O conceito de matriz deve-se a Sylvester que, em 1850, definiu matriz como «um quadro de números do qual podem ser formados determinantes». Mas foi em 1858 que Cayley publicou a teoria das matrizes. Por isso só o nome de Cayley é em geral associado à criação de álgebra matricial e do cálculo matricial, que efectivamente se lhe deve.

Simplesmente, a utilidade das matrizes foi ignorada durante 67 anos e só em 1925 se reconheceu a vantagem do seu uso no estudo da mecânica quântica. Em 1934, tinha-se já verificado igual vantagem na solução de problemas da teoria das vibrações, postos em engenharia aeronáutica e, desde então, proliferou a literatura relativa à aplicação das matrizes a muitos ramos da matemática, da física e da engenharia, em que os problemas são postos por meio de sistemas de equações lineares, algébricas ou diferenciais. Mas a banalização da teoria das matrizes só havia de produzir-se depois de 1944, e, principalmente, de 1952 para cá, com a correspondente banalização do uso dos computadores digitais automáticos. E as vantagens desse uso eram tão grandes, que se procurou alargá-lo a problemas não lineares, por exemplo à resolução de equações derivadas parciais, transformando-as prèviamente em equações algébricas lineares, abordáveis pela álgebra matricial. Assim se criaram ou desenvolveram técnicas matemáticas de *linearização* de certos problemas.

Isto confirma o que atrás se disse sobre as repercussões directas e indirectas do advento da computação digital automática: a menor não foi, certamente, a de se terem criado ou aperfeiçoado, por via matricial, métodos mais eficientes de computação linear, mesmo quando ela haja de ser feita pelos processos correntes.

Pelo que diz respeito à teoria das estruturas, essas repercussões devem considerar-se notáveis.

Não só se traduziram na possibilidade de resolução numérica de problemas lineares comportando numerosas incógnitas, como, após linearização, na de outros, não lineares, postos na teoria da elasticidade, na teoria da plasticidade e até na resistência dos materiais, que antes não tinham solução prática ou só a tinham grosseiramente aproximada. Além disso, através do aperfeiçoamento das técnicas de cálculo por meio de matrizes, proporcionaram oportunidade de sintetizar melhor os princípios gerais do equilíbrio estático e dinâmico das estruturas, mostrando claramente a existência duma lei de dualidade de que já eram conhecidos aspectos fundamentais, mas de que não se haviam explorado todas as possibilidades.

Por estas razões, no enunciado do tema a tratar se fala em computação *linear* e não em computação *digital* nem em computação *automática*: têm-se assim em vista os problemas lineares da teoria das estruturas, quer eles sejam resolvidos com utilização de computadores digitais automáticos ou de máquinas de calcular de escritório ou com réguas de cálculo ou à mão.

4. Entende-se por «estrutura» (resistente) qualquer sólido capaz de resistir, mecânicamente, à acção de solicitações exteriores ou de transmitir essas solicitações a outros corpos, com os quais está em contacto ou nos quais se apoia.

Nesta definição, não se faz qualquer restrição acerca da natureza e da forma do corpo nem da maneira como ele está ligado ao meio exterior. A teoria das estruturas interessam principalmente os corpos deformáveis elástica e plásticamente, dotados de certas ligações peculiares com o exterior. E o problema do *cálculo* desses corpos consiste na determinação do estado de tensão e do estado de deformação em todos os seus pontos. Aborda os corpos globalmente e fornece resultados pontuais, é um problema do contínuo. Põe-se por sistemas de numerosas equações de derivadas parciais, que exprimem o equilíbrio, estático ou dinâmico, a compatibilidade e a natureza das deformações, no interior do corpo (equações de campo), completadas com aquelas que definem

as condições limites, a satisfazer nos pontos da superfície de contorno onde são aplicadas solicitações exteriores ou onde se efectuam as ligações com o meio exterior (equações de contorno).

Demonstra-se que, em princípio, o problema tem sempre solução e que, ao menos em fase elástica, esta é sempre única. Mas a integração analítica do sistema das equações de campo, tidas em conta as condições limites, é geralmente inexequível e há que adoptar hipóteses, mais ou menos grosseiras, que o tornem resolúvel pelos métodos conhecidos do cálculo integral.

Essas hipóteses baseiam-se na observação directa ou em resultados obtidos por via experimental e, se quase sempre conduzem a soluções aceitáveis pelo engenheiro, quase nunca satisfazem o matemático, por não permitirem as soluções confirmar as hipóteses.

Daí a necessidade de calcular e construir *esquemàticamente* — o que origina um paradoxo curioso da nossa profissão.

Enquanto a construção foi só uma arte e não uma ciência, os construtores não hesitavam em dar às suas obras — obras de arte — formas que satisfizessem duas preocupações dominantes: a função e a beleza. Com o progresso da ciência e da técnica, os construtores foram, porém, ganhando consciência da sua incapacidade de resolver integralmente a maior parte dos problemas que os novos conhecimentos lhes iam criando. E como só sabiam resolvê-los, com algum rigor, quando os esquemas das obras, usados no cálculo, tinham formas geométricas simples, vá de reduzir as obras aos esquemas, tendo agora em vista a satisfação dominante de outras preocupações: a segurança e a economia ou, o que é o mesmo, a estrita segurança.

Isto explica, quaisquer que sejam os materiais usados na construção, as formas características das obras dos tempos modernos, mais *estruturais* do que *arquitecturais*.

E aqui está como o progresso, em vez de os aproximar, afastou paradoxalmente os construtores daquilo que deveria constituir a sua aspiração suprema: dar às obras formas *naturais*. Porque as obras da natureza excedem o domínio acanhado dos esquemas geométricos e mecânicos simples: os corpos naturais, mesmo quando deixam aperceber o delineamento dum esquema estrutural (como nas folhas das árvores, com as suas nervuras e membranas; no esqueleto animal, com as suas barras, rótulos e órgãos de tensão, que são os ossos, os músculos e os tendões; na íntima constituição dos ossos, com a sua rede isostática de trabéculas; nas cascas dos ovos e dos frutos e nas conchas, com as suas formas autoresistentes, . . .), não são manifestamente dominadas por ele, mas são-no pela função: «a função faz o órgão», diz-se em biologia.

Esta rápida digressão mostra como a razão de os engenheiros reduzirem o estudo das obras mais complicadas ao de esquemas geométricos e mecânicos simples e procurarem não as executar muito diferentes desses esquemas traduz apenas uma insuficiência: não sabem calcular outras.

Mas é talvez de esperar que o uso dos computadores digitais automáticos e os métodos de cálculo que esse uso implica ou permite criar e desenvolver, vão restituindo os construtores à sua condição de artistas ou até os vão tornando em renovadores da natureza — se, entretanto, a sêde insaciável de progresso não conduzir o homem a catastróficas provações, como as que atormentaram o «aprendiz de feiticeiro» da célebre balada de Goethe...

5. Assim se cai no primado das estruturas reticuladas, quer elas tenham efectivamente essa forma, quer resultem de decomposição fictícia de estruturas amorfas em estruturas elementares. A estrutura reticulada concebe-se não já como um corpo único, um todo, mas como um conjunto de peças lineares, ligadas, entre si e com o exterior, de certas maneiras peculiares. Passa-se do integral para o somatório, da integração para a quadratura, da análise pontual para a seccional, do contínuo para o discrito. Está-se agora no campo da resistência dos materiais.

Mas o problema ainda aqui se põe formalmente da mesma maneira: calcular uma estrutura reticulada é determinar os esforços nas secções (ou avaliar-lhe o estado de tensão) e a sua forma sob a acção das solicitações exteriores (ou conhecer o seu estado de deformação). Simplesmente, as grandezas que definem o estado de tensão e o estado de deformação de toda a estrutura são em número finito e reduzem-se, afinal, aos esforços e aos deslocamentos em certas secções, convenientemente escolhidas. É possível *contar* agora as incógnitas, que são sempre em número igual ao das equações.

E acontece que, estando relacionados os esforços

com os deslocamentos, através das chamadas *equações constitutivas* da natureza das deformações, o problema se pode resolver de duas maneiras distintas ou até de três: tomando como incógnitas esforços (método das forças) ou deslocamentos (método dos deslocamentos) ou esforços e deslocamentos (método misto). Ocupar-me-ei aqui só dos dois primeiros métodos, ainda que o terceiro os possa incluir, como casos particulares.

Até há pouco, só o método das forças havia sido exposto de maneira sistemática e coerente, e a sua formulação por Müller Breslau, hoje clássica, é impecável de concisão e de elegância e reduz-se ao enunciado de mnemónicas simples e sempre as mesmas, que permitem a escrita imediata das equações que resolvem o problema (equações de compatibilidade). O método dos deslocamentos, quer se lhe chamasse de Gehler ou de Ostenfel ou «slope-deflection method» ou de outra maneira (conforme a origem que se lhe atribuia), era de formulação simples, mas a obtenção das equações (agora equações de equilíbrio) não era sistemática, como no outro método, e não parecia que pudessem as mesmas equações reduzir-se a forma canónica de fácil enunciado. Além disso, só vagamente se apreendia qualquer relacionação entre os dois métodos.

Já há muito se conhecia a existência de alguns princípios relativos ao equilíbrio dos corpos deformados elàsticamente e, em certos casos, sem a restrição de serem elásticas as deformações, que, enunciados em termos de tensões, tinham princípios equivalentes, enunciados em termos de deformações (lei de Hooke, teorema de Clapeyron, teoremas de reciprocidade, teoremas das derivadas da energia, teoremas da energia mínima, etc.).

Mas só depois da adopção das matrizes, como aparelho de cálculo das estruturas, foi possível mostrar a generalidade dessa equivalência e verificar que existe uma verdadeira lei de dualidade entre os dois métodos que, não apenas para as estruturas reticuladas mas para as estruturas em geral, faz corresponder a cada grandeza ou princípio dum, uma grandeza e um princípio, duais, do outro. Desta forma se torna fácil formular o método dos deslocamentos de maneira inteiramente análoga à usada no método das forças, e até com o mesmo simbolismo, desde que se dê às letras o significado imposto pela lei de dualidade.

Por outro lado, o cálculo matricial permitiu a apreciação sintética do problema e dessa apreciação resultou o enunciado de regras simples, para o efeito de tornar menos trabalhosa a resolução numérica, qualquer que seja o algoritmo e o tipo de computação linear adoptados. E também permitiu, usando então computadores digitais automáticos, resolver um problema novo, cuja importância não precisa de ser encarecida: o da *optimização* das estruturas. Efectivamente, não só é agora possível, sem desperdiçar a maior parte do trabalho feito anteriormente em cada caso, verificar como variam as incógnitas do problema quando se introduzem alterações na composição da estrutura, como é viável a comparação fácil de várias soluções estruturais, para o mesmo problema, ou a determinação das características óptimas duma estrutura dada, para o efeito de conseguir a satisfação de certo condicionamento prévio (menor peso ou volume ou custo, maior segurança, menor deformabilidade, etc.).

6. Para concretizar a síntese feita, um tanto hermética, e para comprovar as vantagens dos métodos actuais de computação linear, vamos considerar o caso das estruturas reticuladas, quando em equilíbrio estático, depois de deformadas em regime de elasticidade perfeita. O que se vai dizer, aplica-se, indiferentemente, às estruturas articuladas, às contínuas ou às mistas, planas ou espaciais, ainda que os exemplos, que hajam de ser apresentados, o sejam só de estruturas planas. Adoptar-se-á, para facilidade de expressão, o conceito de *variáveis generalizadas*, que agrupa todas as variáveis dos problemas da mecânica dos meios deformáveis em duas designações: *forças generalizadas* e *deslocamentos generalizados*.

Força generalizada é qualquer sistema de forças, aplicadas num corpo (geralmente em equilíbrio), que pode ser representado por um único símbolo, F; deslocamento generalizado, correspondente à força generalizada F, é uma grandeza d, com as dimensões dum comprimento, tal que o trabalho efectuado pelo sistema de forças representado por F, quando o corpo sofre certa deformação, é dado pelo produto Fd.

Assim, o esforço axial numa barra, de comprimento L, par de forças, iguais e opostas, a actuar nos extremos da barra e na direcção do seu eixo, pode ser representado pelo único símbolo N, com que se indica a intensidade de cada uma das

forças: N é uma força generalizada. E o deslocamento generalizado correspondente a esta força é, manifestamente, a variação ΔL, do comprimento da barra, em virtude da deformação considerada, pois que, variando de ΔL a distância dos pontos de aplicação das duas forças N, o trabalho destas forças é $N \Delta L$. O mesmo se pode dizer do esforço transverso, dos momentos de flexão e de torção, ou duma componente (força ou momento) duma reacção de apoio, ou de qualquer das componentes da tensão ou da força exterior num ponto dum corpo, ou de muitos outros sistemas de forças, que, todos, possam ser representados por um único símbolo F, o qual então define uma força generalizada, sendo óbvia a definição do deslocamento generalizado correspondente.

No que se segue, sempre se omitirá o adjectivo, quando pode subentender-se, sem originar confusão: força e deslocamento designarão, respectivamente, força generalizada e deslocamento generalizado. Diga-se, de passagem, que ainda aqui se manifesta o fenómeno de «hibernação» de certos conceitos, de que já se deram outros exemplos: a noção de variáveis generalizadas foi introduzida por Lagrange, em 1788, mas só recentemente se lhe alcançou a vantagem e a fecundidade.

7. Como se referiu, as estruturas reticuladas são constituídas por peças lineares ou barras, ligadas, entre si e com o exterior, de certas maneiras peculiares — por articulações sem atrito, as estruturas articuladas; por ligações de continuidade, entre barras, as estruturas contínuas; por ligações dos dois tipos, as estruturas mistas. O estado de tensão destas estruturas é definido pelos esforços nas barras, o que exige o prévio conhecimento das reacções dos apoios, e o seu estado de deformação pelos deslocamentos dos nós. São estas — as reacções dos apoios, os esforços nas barras e os deslocamentos dos nós — as grandezas incógnitas e o seu número pode ser obtido, sem dificuldade, em cada caso.

Quando o número de incógnitas-forças (generalizadas) é precisamente igual ao número de equações que exprimem o equilíbrio estático da estrutura, essas equações, que são lineares e não homogéneas nas mesmas forças, constituem um sistema que, contanto que de determinante principal diferente de zero (como geralmente sucede nas estruturas de engenharia civil), permite determiná-las. E, então, as relações entre as forças e os deslocamentos correspondentes, que traduzem a natureza elástica das deformações, fornecem os referidos deslocamentos. O problema do cálculo da estrutura fica assim resolvido e diz-se que ela é estàticamente determinada ou isostática.

Se o número de incógnitas-forças é maior do que o número de equações de equilíbrio estático, estas não bastam para as determinar e a estrutura diz-se estàticamente indeterminada ou hiperstática.

De maneira inversa, acontece, por vezes, que o número de componentes dos deslocamentos dos nós é igual ao número de equações que exprimem a compatibilidade das deformações nos mesmos nós. O sistema dessas equações, também lineares e não homogéneas, agora nos deslocamentos, permite geralmente determiná-los. E deles, por via das relações que exprimem ser elásticas as deformações, se obtêm as forças. O problema do cálculo da estrutura fica resolvido e esta diz-se geomètricamente determinada ou isogeométrica. No caso contrário, é geomètricamente indeterminada ou hipergeométrica

O grau de indeterminação estática duma estrura é, manifestamente, igual ao número de ligações simples que podem suprimir-se-lhe para que ela se transforme em isostática — é o número de ligações em excesso ou superabundantes de que é dotada. O grau de indeterminação geométrica é igual ao número de ligações que é preciso introduzir-lhe para a transformar em isogeométrica — é o número de graus de liberdade dos seus nós.

8. A barra isolada pode considerar-se a mais simples das estruturas reticuladas.

Uma barra simplesmente apoiada nas extremidades é uma estrutura isostática. Com efeito, o seu estado de tensão fica completamente determinado quando, para uma dada solicitação, se conhecem as reacções dos apoios, o que equivale à existência de 3 forças incógnitas [1]; e são 3 as equações que exprimem o equilíbrio entre as forças de acção e as de reacção. Conhecido o estado de tensão, e para assentamento dos apoios

[1] Se se trata duma estrutura plana, como atrás se disse que sempre se suporia, nos exemplos.

e variações da temperatura dados, fàcilmente se deduz o estado de deformação da barra.

Estrutura dual desta é a barra perfeitamente encastrada nas extremidades, que é isogeométrica. Com efeito, o seu estado de deformação pode considerar-se completamente definido quando, para uma dada solicitação, se conhecem os deslocamentos das extremidades, determinados por $2 \times 3 = 6$ componentes; e são precisamente 6 as equações de compatibilidade desses deslocamentos com os deslocamentos reais das mesma extremidades. Conhecido o estado de deformação, fàcilmente se deduz dele o estado de tensão da barra.

Inversamente, a barra perfeitamente encastrada é 3 vezes hiperstática, visto dispor de 3 ligações em excesso, relativamente às que a tornariam estritamente isostática. Tomando como incógnitas hiperstáticas 3 das 6 forças de reacção, que se designarão por X_i (sendo, por exemplo, $i = 1,2,3$ ou 4,5,6 ou 1,4,6, com a numeração indicada na fig. 1), chama-se *sistema base* de cálculo ou *sistema principal* à barra isenta, nas extremidades, das ligações que originam as reacções hiperstáticas X_i.

d_{io} = deslocamento correspondente a X_i quando, no sistema base, todas as incógnitas X_i são nulas, isto é, quando nele apenas actua a solicitação exterior (que compreende forças exteriores, assentamentos dos apoios e variações da temperatura), o que se designa por *solicitação* $X = 0$;

f_{ij} = deslocamento correspondente a X_i quando, no sistema base, é $d_{io} = 0$ (ausência da solicitação exterior) e, no lugar de X_j, actua uma força da mesma natureza, de valor unidade, o que se designa por *solicitação* $X_j = 1$.

Os coeficientes f_{ij} são os coeficientes de influência das forças ou *coeficientes de deformabilidade* e, pelo teorema da reciprocidade dos deslocamentos, é:

$$f_{ij} = f_{ji}.$$

Aplicando o teorema dos trabalhos virtuais à solicitação $X_i = 1$ (que define um sistema de

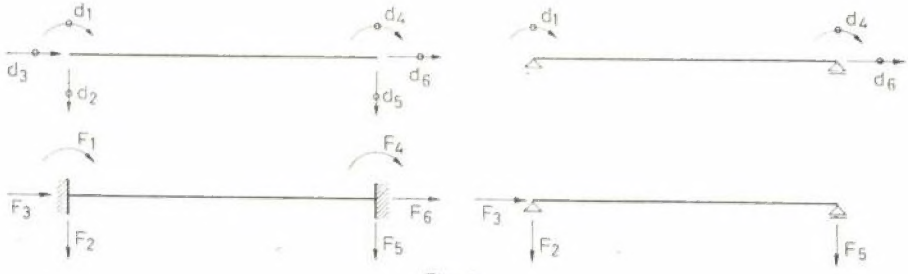


Fig. 1

Sendo d_i o deslocamento correspondente a X_i, o teorema da sobreposição dos efeitos permite exprimir cada d_i como função linear das solicitações. E se entre estas se incluirem as forças incógnitas X_i, a actuar no sistema base, virá:

$$d_i = f_{ij} X_j + d_{io}, \text{ (2)}$$

onde f_{ij} e d_{io} são constantes cujo significado resulta da própria expressão de d_i:

forças equilibradas, na secção em que X_i actua) e aos deslocamentos reais, vem:

$$1 \cdot d_i = 0$$

ou:

$$f_{ij} X_j + d_{io} = 0.$$

O sistema de 3 equações em X_j, que se obtém fazendo $i, j = 1, 2, 3$ ou $1, 4, 6$ ou $4, 5, 6$, nesta expressão (*equações de compatibilidade* dos deslocamentos), pode escrever-se, globalmente:

$$[f] \{X\} = \{d_o\}$$

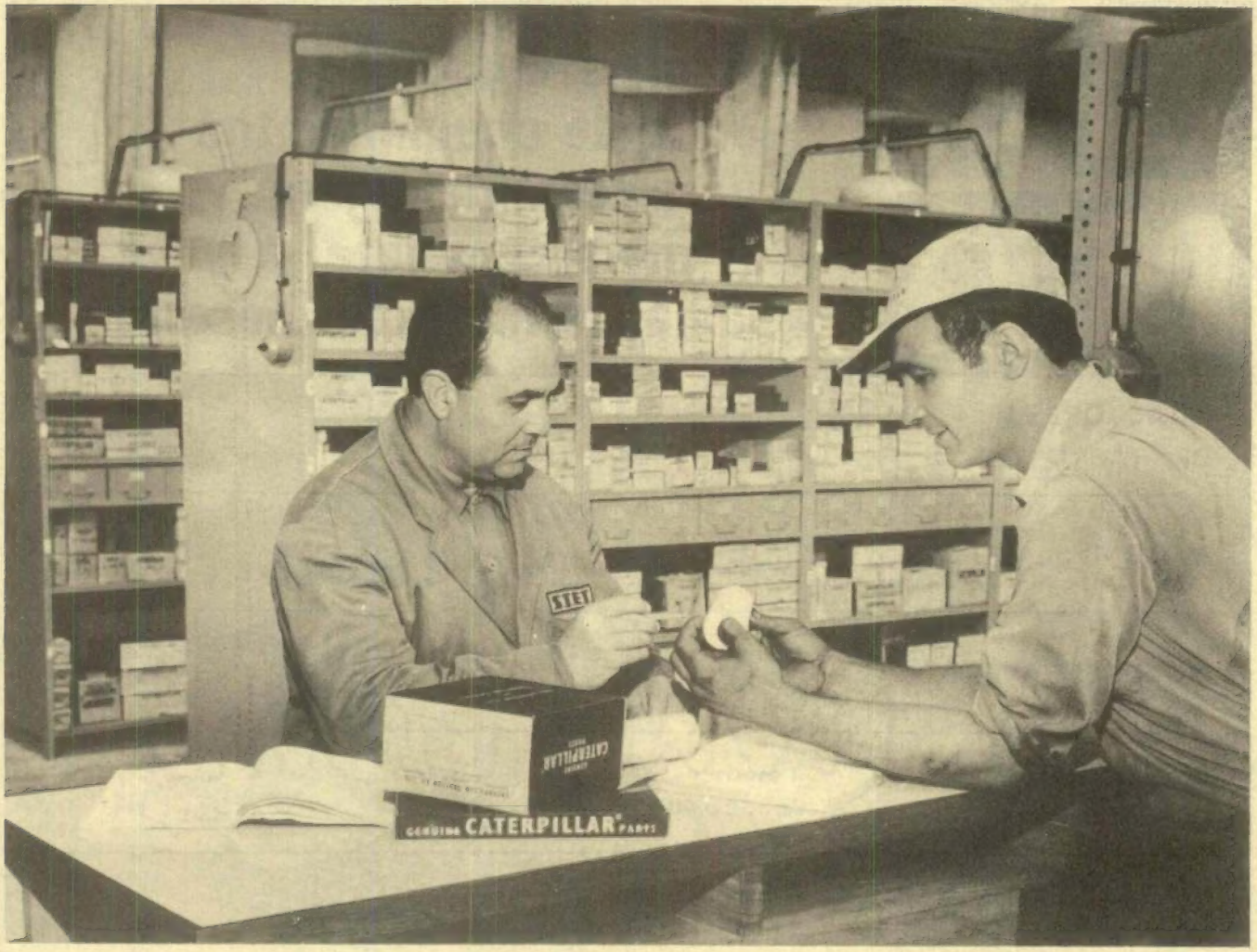
ou apenas:

$$f X = d_o,$$

sendo:

$$[f] = [f_{ij}] = f$$

(2) Usa-se neste trabalho a convenção dos índices mudos: a expressão $F_{ij} X_j$, em que o índice j está repetido (índice mudo), representa o somatório dos valores que a expressão assume para todos valores possíveis de j.



SERVIÇO RÁPIDO DE PEÇAS CATERPILLAR POR 3 MOTIVOS:

STOCKS COMPLETOS — possuímos um inventário das peças que o Cliente pode vir a necessitar... peças genuinas Caterpillar por baixo custo horário. Esta vantagem, aliada a outras que nós oferecemos, permite despachar encomendas no prazo de 24 horas.

PESSOAL HABILITADO — o pessoal da Secção de Sobressalentes da S.T.E.T. recebeu treino Caterpillar que o habilita a despachar ràpidamente as encomendas... e a aconselhar os Clientes que pretendam organizar os seus próprios stocks de peças correntes, para maior economia de tempo e dinheiro.

MÉTODOS EFICIENTES — controles de inventário que permitem a localização rápida das peças, contribuem também para acelerar o serviço. Os vários depósitos de peças da Caterpillar reforçam os nossos stocks.

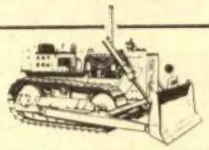
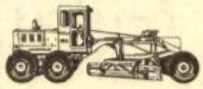
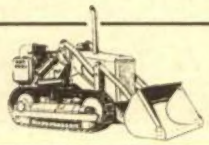
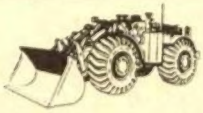
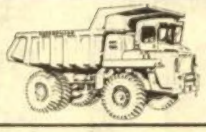
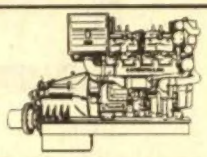
S.T.E.T.

SOC. TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S. A. R. L.

PRIOR VELHO (SACAVÉM) · PORTO · BEJA

Caterpillar e Cat são marcas registadas de Caterpillar Tractor Co.

▪ A mais completa linha de equipamentos para terraplenagem...
▪ A mais completa linha de motores Diesel...

TRACTORES DE RASTO	6 modelos de 65 a 385 HP ao volante	
MOTONIVELADORAS	6 modelos de 80 a 222 HP ao volante	
MOTORSCRAPERS	9 modelos de 300 a 900 HP ao volante	
BULLDOZERS DE RODAS	2 modelos de 300 a 400 HP ao volante	
PÁS CARREGADORAS DE RASTO	4 modelos de 60 a 150 HP ao volante	
PÁS CARREGADORAS DE RODAS	6 modelos de 80 a 300 HP ao volante	
CAMIÃO DE ESTALEIRO	400 HP ao volante	
MOTORES MARÍTIMOS	19 modelos de 45 a 1 125 HP	
MOTORES INDUSTRIAIS	18 " " 70 a 1 125 HP	
GRUPOS ELECTROGÉNEOS	19 " " 31 a 812 KVA	
MOTORES PARA CAMIÃO	7 " " 145 a 375 HP	

À
S.T.E.T.
Apartado 1351 – Lisboa

TEC

Desejo receber (SEM COMPROMISSO DA MINHA PARTE):

☐ Literatura sobre equipamentos **CATERPILLAR**
Indicar os modelos _____

☐ Literatura sobre motores **CATERPILLAR**
Indicar os modelos _____

☐ A visita de um Delegado de Vendas

NOME OU FIRMA _____
PROFISSÃO OU ACTIVIDADE _____
ENDEREÇO _____

CATERPILLAR

Caterpillar, Cat e Traxcavator são Marcas Registadas da Caterpillar Tractor Co.

RECORTE ESTE CUPÃO E ENVIE-O À S.T.E.T. SEM DEMORA

S.T.E.T

SOCIEDADE TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S. A. R. L.
PRIOR VELHO (SACAVÉM) • PORTO • BEJA

a *matriz de deformabilidade* da barra (matriz quadrada, simétrica),

$$\{X\} = \{X_i\} = X$$

a *matriz* (coluna) ou *vector dos incógnitos hiperstáticos* e:

$$\{d_o\} = -\{d_{io}\} = d_o$$

a *matriz* (coluna) ou *vector da solicitação.*

Este sistema, contanto que seja:

$$|f_{ij}| \neq 0,$$

permite determinar as incógnitas hiperstáticas, posto o que, qualquer deslocamento em qualquer secção da barra, será dado por:

$$d_m = d_{mi} X_i + d_{mo},$$

sendo óbvio o significado dos símbolos usados.

Convém precisar melhor o significado de d_{io}, que representa os deslocamentos correspondentes às incógnitas hiperstáticas, no sistema base, devidos à solicitação exterior. Esta, como se disse, é constituída por forças exteriores, variações da temperatura e assentamentos dos apoios, de modo que pode escrever-se:

$$d_{io} = d_{iq} + d_{it} + d_{ia}.$$

Os deslocamentos devidos apenas às forças exteriores podem considerar-se produzidos por forças iguais e opostas àquelas que são necessárias para os impedir *(forças de fixação)*, como resulta da sobreposição dos efeitos representados na fig. 2, em que se tomou $i = 1, 4, 6$. E então:

$$d_{iq} = -f_{ij} F^o_{jq}.$$

A expressão de d_i pode pois escrever-se:

$$d_i = f_{ij}(X_j - F^o_{jq}) + d_{it} + d_{ia} =$$
$$= f_{ij} F_j + d_{it} + d_{ia},$$

tendo feito:

$$F_j = X_j - F^o_{jq}.$$

Se, por exemplo, a viga tem secção e momento de inércia constantes e está sujeita à acção de carga uniformemente distribuída completa p, à variação uniforme de temperatura t e ao assentamento vertical relativo dos apoios Δ, virá:

$$f = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{EA} \end{bmatrix}$$

$$F^o = \begin{bmatrix} -\frac{pL^2}{12} \\ \frac{pL^2}{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad d_t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha t L \end{bmatrix} \quad d_a = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{L} \\ \frac{\Delta}{L} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

As equações da compatibilidade escrevem-se, pois:

$$\begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{EA} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} X_1 + \frac{pL^2}{12} \\ X_4 \quad \frac{pL^2}{12} \\ X_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{L} \\ \frac{\Delta}{L} \\ \alpha t L \end{bmatrix}$$

Fig. 2

e delas se tira:

$$X = \begin{bmatrix} -\dfrac{pL^2}{12} - \dfrac{6EI}{L^2}\Delta \\ \\ \dfrac{pL^2}{12} - \dfrac{6EI}{L^2}\Delta \\ \\ -\alpha t E A \end{bmatrix}.$$

Por sua vez, a barra simplesmente apoiada é hipergeométrica, com 3 graus de indeterminação, visto dispor de 3 graus de liberdade nas extremidades. Tomando como incógnitas hipergeométricas os 3 deslocamentas permitidos, que se designarão por Δ_i $(i = 1, 4, 6)$, chama-se *sistema base* de cálculo ou *sistema principal* à barra dotada, nas extremidades, de forças de ligação ou fixação que impedem os deslocamentos Δ_i.

Sendo F_i as forças de fixação correspondentes a Δ_i, o teorema da sobreposição dos efeitos permite exprimir F_i como função linear das solicitações. E, se entre estas se incluirem os deslocamentos incógnitos Δ_i, virá:

$$F_i = k_{ij}\,\Delta_j + F_{io},$$

onde k_{ij} e F_{io} são constantes cujo significado resulta da própria expressão de F_i:

F_{io} = força de fixação correspondente a Δ_i, quando, no sistema base, todas as incógnitas Δ_j são nulas, isto é, quando apenas actua a solicitação exterior (que compreende, como antes, forças exteriores, assentamentos dos apoios e variações da temperatura), o que se designa por *configuração* $\Delta = 0$;

k_{ij} = força de fixação correspondente a Δ_i, quando, no sistema base, é $F_{io} = 0$ (ausência da solicitação exterior real) e, no lugar de Δ_j, se produz um deslocamento unidade, da mesma natureza, o que se designa por *configuração* $\Delta_j = 1$.

Os coeficientes k_{ij} são os coeficientes de influência dos deslocamentos ou *coeficientes de rigidez*, e, pelo teorema da reciprocidade das forças, é:

$$k_{ij} = k_{ji}.$$

Aplicando o teorema dos trabalhos virtuais à configuração $\Delta_i = 1$, que define um deslocamento compatível das duas faces duma secção, e à solicitação real, vem:

$$1 \,.\, F_i = 0,$$

ou

$$k_i\,\Delta + F_{io} = 0.$$

O sistema das 3 equações que se obtêm fazendo $i, j = 1, 4, 6$, nesta expressão — equações de equilíbrio —, pode escrever-se, matricialmente:

$$[k]\,\{\Delta\} = \{F_o\}$$

ou apenas:

$$k\,\Delta = F_o,$$

em que:

$$[k] = [k_{ij}] = k$$

é a matriz de *rigidez da barra* (matriz quadrada, simétrica),

$$\{\Delta\} = \{\Delta\} = \Delta$$

é a *matriz* (coluna) ou *vector das incógnitas hipergeométricas*, e:

$$\{F_o\} = -\{F_{io}\} = F_o$$

é a *matriz* (coluna) ou *vector de solicitação*.

Este sistema permite, contanto que seja:

$$|k_{ij}| \neq 0,$$

determinar as incógnitas hipergeométricas Δ_j, posto o que, qualquer força, em qualquer secção, m, da barra, será dada por:

$$F_m = F_{mi}\,\Delta_i + F_{mo},$$

sendo óbvio o significado dos símbolos usados.

Supôs-se, até aqui, que as incógnitas hiperstáticas X_i eram forças generalizadas, correspondentes aos deslocamentos generalizados hipergeométricos Δ_i; isto é, que X_i e Δ_i constituíam um sistema *coerente* de variáveis generalizadas. Mas, o que se disse é válido quando assim não aconteça.

Se o sistema de variáveis generalizadas é coerente e se a matriz de deformabilidade (ou a matriz de rigidez) da barra é regular, a sua matriz de rigidez (ou a sua matriz de deformabilidade) é a matriz inversa da primeira:

$$f^{-1} = k$$

$$k^{-1} = f$$

Não é este o caso considerado, em que, por serem as forças X_i linearmente dependentes, a matriz f é singular e não é por isso dotada de matriz inversa. Isto significa que a um sistema de forças X_i não corresponde um, e um só, sistema de deslocamentos Δ_i. Efectivamente, a uma dada solicitação em equilíbrio corresponde, neste caso, uma infinidade de estados de deformação da barra, com a mesma deformação pura, mas diferindo, entre si, por deslocamentos de corpo rígido.

Inversamente, se a matriz k é singular, não tendo matriz inversa, isso significa que a um sistema de deslocamentos compatíveis não corresponde um, e um só, sistema de forças em equilíbrio, mas uma infinidade deles, diferindo apenas, uns dos outros, por sistemas de forças, equilibrados em si próprios.

Mas se as forças hiperstáticas são as três componentes X_i da reacção do mesmo apoio (por exemplo X_1, X_2, X_3 caso em que o sistema base é a barra pendurada do outro apoio), a matriz de deformabilidade é regular e a sua inversa é a matriz de rigidez, para os deslocamentos correspondentes, Δ_1, Δ_2, Δ_3. Se a secção da barra, A, e o momento de inércia, I, são constantes, fàcilmente se encontra:

$$f = \begin{bmatrix} \frac{L}{EI} & \frac{L^2}{2EI} & 0 \\ \frac{L^2}{2EI} & \frac{L^3}{3EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{EA} \end{bmatrix} = k^{-1}$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & -\frac{6EL}{L^2} & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} = f^{-1}.$$

As estruturas reticuladas de mais de uma barra obtêm-se por conexão adequada das extremidades das barras que concorrem num nó [1] e, então, há que compatibilizar os deslocamentos dessas extremidades, expressos em função das forças correspondentes (método das forças) ou que estabelecer as equações de equilíbrio das forças interiores nelas actuantes, expressas em função dos deslocamentos, e daquelas que solicitem directamente o nó (método dos deslocamentos). Por isso interessa o conhecimento da matriz de deformabilidade ou da matriz de rigidez completa de cada barra, isto é, não apenas aquela cujos elementos são as forças de fixação, numa extremidade, correspondentes a deslocamentos nessa extremidade, mas a que contém, como elementos, todas as forças de fixação, em cada extremidade, correspondentes a deslocamentos nela e na outra. Então — e supondo sempre que se trata duma estrutura plana — a matriz é quadrada, simétrica, de 6.ª ordem, e pode fraccionar-se em quatro submatrizes, também quadradas, de 3.ª ordem:

$$k = \left[\begin{array}{c|c} [k]_{ee} & [k]_{ed} \\ \hline [k]_{de} & [k]_{dd} \end{array}\right],$$

sendo $[k]_{ee}$ e $[k]_{dd}$ as *submatrizes directas* e $[k]_{ed} = [k]_{de}{}^*$ as *submatrizes cruzadas*. São bem conhecidas as expressões dos elementos destas submatrizes, quando as barras são de secção constante.

9. O cálculo das estruturas recticuladas múltiplas, estàticamente indeterminadas ou hiperstáticas, pode fazer-se pelo método das forças e decorre, na formulação de Müller Breslau, da aplicação do teorema dos trabalhos virtuais a configurações equilibradas convenientemente escolhidas.

Suponha-se conhecido o grau de hiperstaticidade duma estrutura e escolhidas as incógnitas hiperstáticas (forças generalizadas, que podem ser componentes dos esforços em secções das barras da estrutura ou componentes das reacções dos apoios), cada uma das quais se designa por X_i. O sistema base de cálculo formar-se-á, a

(1) Designa-se aqui por *nó* o ponto de encontro de duas ou mais barras (mesmo, quando se trate apenas de duas, que elas tenham a mesma direcção) e qualquer ponto de apoio no exterior. Os nós podem assim não coincidir — e, em especial no método das forças, muitas vezes convém que não coincidam — com as vértices da poligonal formada pelos eixos das barras e situar-se em pontos intermédios dos lados da poligonal. Nesse caso, as forças incógnitas correspondentes são necessàriamente componentes de reacções dos apoios.

partir da estrutura real, por supressão das ligações que originam, como reações, as forças hiperstáticas X_i. Em princípio, será uma estrutura isostática, mas casos há em que convém considerar sistemas bases hiperstáticos, de grau de hiperstaticidade menor do que o da estrutura real.

Sendo as componentes dos esforços e as componentes das reacções dos apoios funções lineares das forças exteriores de solicitação, se se supuser que as incógnitas hiperstáticas são forças exteriores a actuar no sistema base, cada força generalizada, na estrutura real, será da forma:

$$F_j = F_{ji} X_i + F_{jo},$$

onde:

F_{jo} é o valor que essa força assumiria, no sistema base, para a solicitação $X = 0$ (isto é, sob a acção, apenas, das forças exteriores reais e das respectivas reacções);

F_{ji} é o valor que viria para cada força, no sistema base, em virtude da solicitação $X_i = 1$ (isto é, quando, no sistema base, apenas actua uma força 1, da natureza e no lugar de X_i, e respectivas reacções).

A generalidade desta expressão exige que, quando F_j seja uma incógnita hiperstática:

$$F_j = X_j,$$

se tome:

$$F_{ji} = \begin{cases} 0, \text{ para } i \neq j \\ 1, \text{ para } i = j \end{cases}$$

$$F_{jo} = 0.$$

Esta hipótese é perfeitamente compatível com a noção de sistema base: de acordo com a definição antes dada, cada incógnita hiperstática é a força exterior que, no sistema base, representa a reacção da ligação (suprimida) correspondente.

Se δ_i forem os deslocamentos correspondentes às incógnitas hiperstáticas, na estrutura real, deverá sempre ser:

$$\delta_i = 0.$$

Mas δ_i é função linear das solicitações exteriores (forças exteriores, variações da temperatura e assentamento dos apoios):

$$\delta_i = \delta_{ij} X_j + \delta_{iq} + \delta_{it} + \delta_{ia},$$

o que fornece as equações de compatibilidade:

$$\delta_{ij} X_j = - \delta_{iq} - \delta_{it} - \delta_{ia}.$$

Estas equações podem escrever-se globalmente, sob a forma matricial:

$$\delta \, X = \delta_o,$$

sendo:

$\delta = [\delta_{ij}]$ a matriz de deformabilidade da estrutura (matriz quadrada, simétrica, visto ser $\delta_{ij} = \delta_{ji}$);
$X = \{X_j\}$ o vector das incógnitas hiperstáticas;
$\delta_0 = - \{\delta_{iq} + \delta_{it} + \delta_{ia}\}$ o vector da solicitação, cujos elementos são as somas dos deslocamentos correspondentes às incógnitas hiperstáticas, no sistema base, com os sinais contrários, devidos às forças exteriores, às variações da temperatura e aos assentamentos dos apoios.

As matrizes δ e δ_o podem ser obtidas directamente («merging process»), por expressões bem conhecidas. Mas, se se tem em vista a computação automática, convém obtê-las doutra maneira.

Sejam d_j os deslocamentos correspondentes às forças F_j, nas extremidades das barras do sistema real. Estes deslocamentos são funções lineares das forças F_j e das variações da temperatura:

$$d_j = f_{ji} F_j + d_{jt},$$

onde f_{ji} são os coeficientes de deformabilidade das barras e d_{jt} os deslocamentos correspondentes às variações da temperatura. Se a extremidade da barra coincide com um ponto de apoio, tomar-se-ão para os deslocamentos d_j os valores dos assentamentos Δ_h, correspondentes às reacções $R_h = F_h$.

Aplicando o teorema dos trabalhos virtuais à solicitação $X_i = 1$ e aos deslocamentos reais, poderá escrever-se, sucessivamente:

$$\begin{aligned} - [R_{hi}] * \{\Delta h\} &= [F_{ji}] * \{d_j\} = \\ &= [F_{ji}] * [f_{ji}] \{F_j\} + [F_{ji}] * \{d_{jt}\} = \\ &= [F_{ji}] * [f_{ji}] [F_{ji}] \{X_i\} + \\ &+ [F_{ji}] * [f_{ji}] \{F_{jo}\} + [F_{ji}] * \{d_{jt}\}. \end{aligned}$$

E representando por:

$\phi = [f_{ji}]$ a matriz das forças F_j, no sistema base, para as solicitações $X_i = 1$;

$f = [f_{ij}] = [f_{ji}]$ a matriz de deformabilidade das barras;

$X = \{X_i\}$ o vector das incógnitas hiperstáticas;

$F_o = \{F_{jo}\}$ o vector das forças F_j, no sistema base, para a solicitação $X = 0$;

$d_t = \{d_{jt}\}$ o vector dos deslocamentos correspondentes a X_i, no sistema base, devidos às variações da temperatura;

$R = [R_{hi}]$ a matriz das reacções dos apoios, no sistema base, para as solicitações $X_i = 1$;

$\Delta = \{\Delta_h\}$ o vector dos assentamentos dos apoios,

virão as equações de compatibilidade sob a forma:

$$\phi^* f \phi . X = - R^* \Delta - \phi^* (fF_o + d_t).$$

Segue-se que a matriz de deformabilidade da estrutura é dada por:

$$\delta = \phi^* f \phi$$

e o vector de solicitação por:

$$\delta_o = - R^* \Delta - \phi^* (fF_o + d_t).$$

Aumentando o número de linhas da matriz ϕ com os valores das reacções para as mesmas solicitações, isto é, estendendo a matriz ϕ às forças F_{ji} e às reacções R_{hi}, o vector da solicitação fica, mais concisamente:

$$\delta_o = - \phi^* (fF_o + d_o),$$

sendo:

$$d_o = \Delta + d_t$$

o vector dos deslocamentos devidos aos assentamentos dos apoioos e às variações da temperatura.

A matriz ϕ, cujas colunas são constituídas pelas forças F_{ji}, correspondentes, cada uma, a cada uma das solicitações $X_i = 1$, no sistema base, pode chamar-se *matriz de ligação* das forças.

Seja como for, a determinação das incógnitas hiperstáticas X_i, a partir das equações de compatibilidade, permite calcular as forças generalizadas na estrutura real (componentes dos esforços ou das reacções dos apoios) pela expressão:

$$F_j = F_{ji} X_i + F_{jo}$$

ou, matricialmente:

$$F = \phi X + F_o$$

10. O cálculo das estruturas reticuladas múltiplas, geomètricamente indeterminadas ou hipergeométricas, pode efectuar-se de maneira dual. Avaliado o grau de indeterminação geométrica da estrutura e designadas as incógnitas hipergeométricas (que são as componentes dos deslocamentos dos nós, Δ_i), o sistema base de cálculo forma-se por introdução, na estrutura real, de ligações que anulem os graus de liberdade dos nós: o sistema base é, afinal, a estrutura com os nós totalmente blocados por forças de fixação convenientes.

Seja:

$$\Delta = \{\Delta_i\}$$

o vector das incógnitas hipergeométricas. Sendo:

$$x = \{x_i\}$$

o vector das forças correspondentes, na estrutura real, o equilíbrio de cada nó exige que seja:

$$x = 0$$

Mas x_i são funções lineares das solicitações exteriores. E se, entre elas, se incluírem os deslocamentos Δ_i, no sistema base, poderá escrever-se:

$$x_i = x_{ij} \Delta_j + x_{iq} + x_{it} + x_{ia} = 0$$

ou, globalmente:

$$x \Delta = x_o,$$

onde:

$x = [x_{ij}] = [x_{jt}]$ é a matriz de rigidez da estrutura, cujos elementos são as forças de fixação, no sistema-base, produzidas em cada uma das configurações $\Delta_j = 1$ (isto é, na estrutura totalmente blocada, excepto em relação ao deslocamento Δ_j, a que se atribui o valor 1);

$x_o = - \{x_{iq} + x_{it} + x_{ia}\}$ é o vector da solicitação, cujos elementos são as forças de fixação para a configuração $\Delta = 0$ (isto é, na estrutura totalmente blocada e apenas sujeita à acção da solicitação exterior).

As matrizes x e x_o podem formar-se directamente («merging process»), utilizando expressões bem conhecidas, ou por aplicação conveniente do teorema dos trabalhos virtuais.

Considerando isoladamente cada uma das barras

da estrutura, as forças nas extremidades são funções lineares dos deslocamentos correspondentes:

$$F_i = k_{ij} d_j + F_{io}$$

ou, matricialmente:

$$F = kd + F_o,$$

onde:

$k = [k_{ij}] = [k_{ji}]$ é a matriz de rigidez das barras da estrutura;

$d = \{d_j\}$ é o vector dos deslocamentos nas extremidades das barras, correspondentes às forças F_j;

$F_o = \{F_{io}\}$ é o vector das forças de fixação nas barras (forças nas extremidades das barras, supostas encastradas e isentas de assentamentos, devidas às forças exteriores aplicadas em cada barra).

Por outro lado, os deslocamentos d_j, nas extremidades das barras, são funções lineares dos deslocamentos dos nós:

$$d_j = d_{ji} \Delta_i + d_{jo},$$

ou, globalmente:

$$d = \Theta \Delta + d_o,$$

onde:

$\Theta = [d_{ji}]$ é a matriz de transformação dos deslocamentos das barras em deslocamentos dos nós, no sistema base, para cada uma das configurações $\Delta_i = 1$);

$d_o = \{d_{jo}\}$ é o vector dos deslocamentos prévios, nas extremidades das barras (deslocamentos nas extremidades das barras, devidos às variações da temperatura e aos assentamentos dos apoios).

A matriz de transformação Θ pode chamar-se *matriz de ligação* das barras.

Aplicando o teorema dos trabalhos virtuais à solicitação real e a cada um das configurações $\Delta_i = 1$, vem:

$$Q^* I + F^* \Theta = 0,$$

sendo:

$Q = \{Q_i\}$ o vector das forças exteriores eventualmente aplicadas nos nós, na direcção dos deslocamentos Δ_i;

I a matriz unidade da ordem de Q.

Tomando as transpostas, vem:

$$- I Q = \Theta^* F$$

ou sucessivamente:

$$\begin{aligned} - Q &= \Theta^* (kd + F_o) = \\ &= \Theta^* kd + \Theta^* F_o = \\ &= \Theta^* k\Theta . \Delta + \Theta^* (kd_o + F_o), \end{aligned}$$

donde as equações de equilíbrio da estrutura:

$$\Theta^* k\Theta . \Delta = - Q - \Theta^* (kd_o + F_o).$$

Segue-se que a matriz de rigidez é dada por:

$$x = \Theta^* k\Theta$$

e o vector de solicitação por:

$$x_o = - Q - \Theta^* (kd_o + F_o)$$

É possível incluir a matriz $I^* = I$ na matriz Θ e escrever, mais concisamente:

$$x_o = - \Theta^* (kd_o + F_o),$$

estendendo-se agora o vector F_o também às forças Q, aplicadas nos nós.

De qualquer maneira, determinados os deslocamentos hipergeométricos, Δ_i, pelo sistema das equações de equilíbrio, os deslocamentos das extremidades das barras:

$$d = \Theta\Delta + d_o$$

permitem calcular as forças correspondentes:

$$F = kd + F_o.$$

11. Os métodos expostos são inteiramente gerais e aplicam-se a todas as estruturas indeterminadas — estàticamente indeterminadas ou geomètricamente indeterminadas —, quer sejam estruturas articuladas ou contínuas ou mistas.

Para todas elas se verifica que cada problema comporta a resolução dum sistema de equações algébricas lineares que, matricialmente, se escreve:

$$\delta X = \delta_o$$

ou:

$$x \Delta = x_o,$$

sendo δ e x matrizes quadradas, simétricas, de ordem igual ao grau de indeterminação da estrutura. Em última análise, tudo se reduz à inversão destas matrizes, posto o que as incógnitas são dadas por:

$$X = \delta^{-1} \delta_o$$
$$\Delta = x^{-1} x_o.$$

Isso pode fazer-se de várias maneiras, que não interessa aqui referir, sendo certo que, qualquer que seja o algoritmo adoptado, é possível diminuir notàvelmente o número de operações de cálculo numérico e simplificar essas operações, se o problema tiver sido formulado convenientemente. E, isso, convém não deixar de o referir.

Primeiro, põe-se a questão da escolha do método a adoptar: método das forças ou método dos deslocamentos?

É impossível dar resposta adequada e decisiva a esta pergunta. Mas podem apontar-se algumas vantagens e inconvenientes dos dois métodos, que têm sempre de considerar-se para tomar uma decisão. E como os casos de aplicação de mais interesse, na prática corrente, são os das estruturas contínuas, só essas serão consideradas e, sempre, apenas na hipótese de se tratar de estruturas planas — o que, aliás, não tira generalidade ao que se disser. Admitir-se-á, também, que é desprezável a influência da deformação axial das barras nos valores dos esforços, como geralmente acontece nas estruturas habituais da construção.

Sendo manifestamente vantajoso que o número de incógnitas seja pequeno, deverá começar-se por avaliar o grau de indeterminação da estrutura em estudo, segundo cada um dos conceitos. E é fácil de ver que, em geral, é menor o número de incógnitas-forças do que o número de incógnitas-deslocamentos, nas estruturas mais simples: por exemplo, um pórtico simples, de duas articulações, é uma vez hiperstático — e comporta cinco incógnitas hipergeométricas; mas um pórtico encastrado já tem três graus de indeterminação estática e outros tantos de indeterminação geométrica.

Um pórtico encastrado, de vários andares e um só tramo, comporta três incógnitas hiperstáticas por andar e o mesmo número de incógnitas hipergeométricas; por cada tramo a mais, o número de incógnitas hiperstáticas aumenta de três unidades por andar — e o número de incógnitas hipergeométricas apenas de uma.

Segue-se que, neste aspecto, o método dos deslocamentos é mais vantajoso do que o método das forças, quando há que calcular pórticos de muitos andares e vários tramos.

Mas não deve deixar de se registar uma vantagem do método das forças: quando se têm em conta os efeitos da deformação axial das barras, não aumenta o grau de hiperstaticidade, enquanto que aumenta consideràvelmente o número de incógnitas hipergeométricas.

Outra vantagem do método dos deslocamentos provém da maneira como se faz a escolha das incógnitas ou se forma o sistema base: nesse método pode dizer-se que não é necessária escolha — só a haveria no caso de se considerar como sistema base uma estrutura ainda hipergeométrica, com menor grau de indeterminação, o que pode revelar-se vantajoso —, visto as incógnitas serem sempre os deslocamentos permitidos, independentes, dos nós, por rotação e translação; enquanto que as incógnitas hiperstáticas podem dentro de certos limites, ser escolhidas arbitràriamente, o que implica a consideração ponderada, de cada caso.

Mas não é difícil enunciar um critério geral — ao menos um — que conduz sempre à melhor escolha das incógnitas hiperstáticas: é òbviamente aquela em que, para as várias solicitações X_i, no sistema base, sejam nulos, no maior número possível, deslocamentos δ_{ij}, e em que, simultâneamente, os deslocamentos δ_{ii} sejam tão grandes quanto possível, em relação aos restantes. Assim se satisfazem duas condições essenciais para que a matriz de deformabilidade não seja instável («ill-conditioned»), o que permite a resolução do sistema das equações de compatibilidade sem erros de aproximação importantes.

Outras considerações haveria a fazer sobre este assunto, mas estas bastam para mostrar a importância da escolha conveniente das incógnitas hiperstáticas — o que é em favor do método dos deslocamentos, no qual este problema se não põe.

Mas há outro que se põe para ambos os métodos: o da ordenação das incógnitas. Como se sabe, a inversão duma matriz é tanto mais fácil quanto mais ela se aproxima duma matriz diagonal. Esse caso limite atinge-se fàcilmente para certas estruturas, pelos conhecidos métodos do centro elástico, da elipse de elasticidade e da coluna equivalente, em que as equações de compatibilidade contêm as incógnitas separadas, isto é, apenas uma em cada equação: eles não são mais do que processos artificiosos de resolver o problema da determinação dos valores próprios da matriz de deformabilidade.

A diagonalização completa da matriz nem sempre é possível e o que então se procura é concentrar junto da diagonal principal os elementos não nulos da matriz, formando uma matriz *quase*

diagonal ou de *banda diagonal*, designações que se justificam por si próprias.

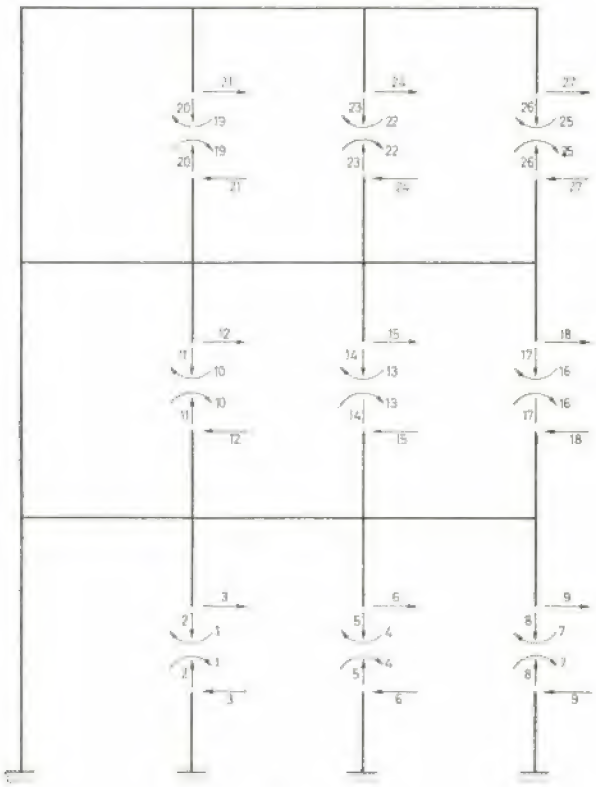


Fig. 3

Por exemplo, no caso duma viga contínua, se se consideram como incógnitas hiperstáticas os momentos sobre os apoios, fácil é de ver que só não são nulos os coficientes de deformalidade que representam as rotações relativas das secções de um corte sobre cada apoio, causadas por momentos unidade nesse apoio e nos dois contíguos. E, então, se se designam as incógnitas hiperstáticas pela ordem numérica dos apois, duma extremidade da viga até à outra, é evidente que a matriz de deformabilidade será uma matriz de banda diagonal em que a largura da banda corresponde a três elementos (por isso também se lhe chama de *banda tridiagonal*). O mesmo se consegue num pórtico de vários andares e vários tramos, tomando como incógnitas hiperstáticas os esforços componentes em todos os pilares, menos um, de cada andar, sempre ordenados da mesma maneira e pela mesma ordem os dos didiferentes andares (da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita) e considerando sucessivamente todos os andares, como se indica na fig. 3. Simplesmente, agora a banda diagonal tem a largura correspondente ao número de incógnitas de três andares sucessivos.

Pelo método dos deslocamentos, obtém-se, resultado idêntico numerando os deslocamentos de cada andar pela mesma ordem e considerando sucessivamente todos os andares: por exemplo, primeiro as rotações dos nós do 1.° andar, da esquerda para a direita, e depois a translação desse andar; em seguida, as rotações dos nós do 2.° andar, também da esquerda para a direita, e depois a translação desse andar; e assim sucessivamente. Mas a matriz de rigidez da estrutura só poderá considerar-se como matriz de banda tridiagonal, se os seus elementos forem as submatrizes de rigidez de cada andar e não os coeficientes de rigidez elementares nos nós.

As matrizes de banda tridiagonal podem inverter-se muito fàcilmente, por recorrência, quando entre o elemento intermédio de cada linha (sobre a diagonal principal) e os dois contíguos existe relação sistemática. Por exemplo, no caso da viga contígua, quando se tomam como incógnitas hiperstáticas os momentos sobre os apoios, cada elemento da diagonal principal é a soma dos dois elementos contíguos; e, noutros casos de que em seguida se apresentará exemplo, é a soma, com o sinal contrário, dos elementos contíguos. É possível aproveitar melhor a vantagem que essa lei apresenta, quando no caso de pórticos de vários andares e tramos, e utilizando o método dos deslocamentos, se faz ordenação diferente daquela que se indicou.

Como este é um problema que se apresenta frequentemente na prática corrente, vale a pena considerá-lo com algum pormenor.

12. Seja o pórtico representado na fig. 4, em que as incógnitas hipergeométricas são ordenanadas pela forma indicada: primeiro as rotações, φ_i, de cada andar, da esquerda para a direita, considerando sucessivamente todos os andares, de baixo para cima; depois as translações dos andares, u_i, também de baixo para cima.

Formando a matriz de rigidez deste pórtico, verifica-se que ela se apresenta sob a forma de *matriz de bandas*, precisamente de três bandas: uma banda diagonal, uma banda horizontal inferior e uma banda vertical a cruzar-se com ela no vértice inferior da banda diagonal. Parcelando

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

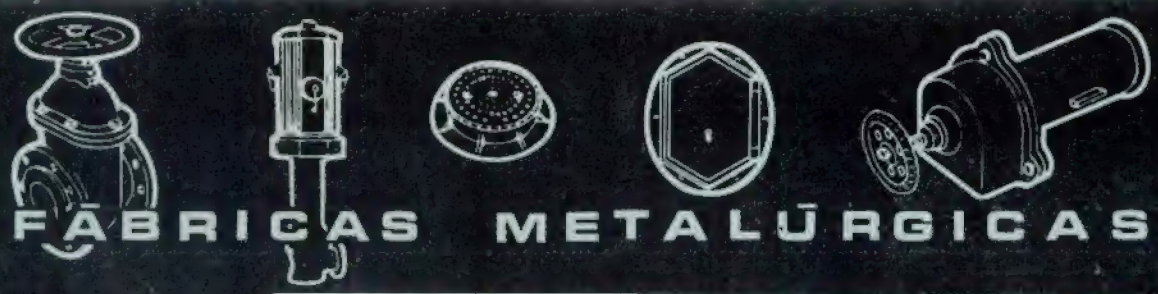
PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13-3.º — LISBOA 2 • TEL. 36 65 06

SONDAGENS • FUNDAÇÕES
TRABALHOS MARÍTIMOS
PONTES E ESTRUTURAS

EMPRESA TERMOELÉCTRICA PORTUGUESA

Chaminé de betão armado com 100 metros de altura

Projecto e execução de CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.



FÁBRICAS METALÚRGICAS

FUNDIÇÃO DE FERRO E LIGAS NÃO FERROSAS

artigos domésticos

acessórios para condutas adutoras

redes de distribuição de águas e de saneamento

aparelhagem agricola e vinicola

acessórios para instalações eléctricas

artigos para construção civil

fundição em séries ou peça a peça, a partir de desenhos ou de modelos

orçamentos

laboratório privativo

AUGUSTO MARTINS PEREIRA, HERDEIROS

SEDE
ALBERGARIA-A-VELHA
TELEFS. 5 22 06/7
TELEGR. ALBA

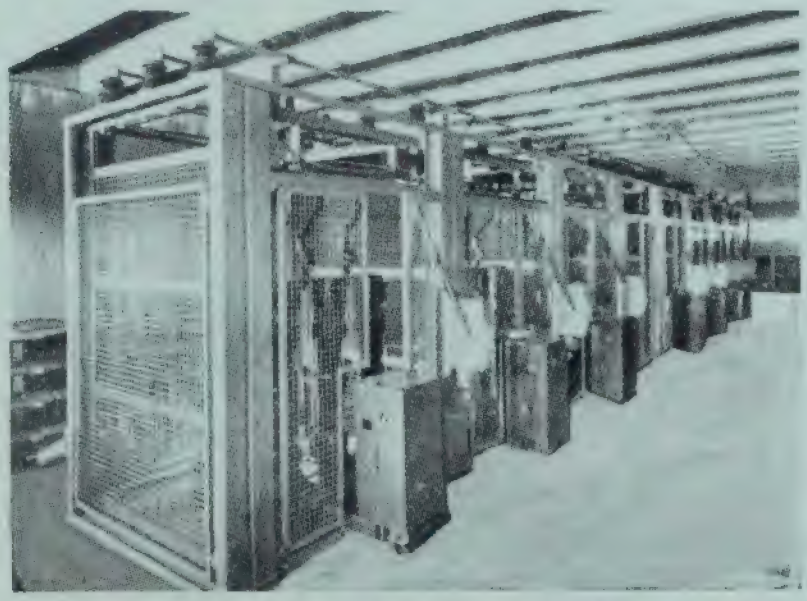
DELEGAÇÃO EM LISBOA
R. DOS CORREEIROS, 40, 2.º-ESQ.
TELEFS. 32 13 63/4 • LISBOA-2
TELEGR. ALBA

ISOLUX L.DA

ESTUDOS E INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

Porto
R. de Sá da Bandeira, 651 - 4.º
Tel. 2 70 13

Lisboa
L. Campo Pequeno, 21 - 4º Esq.
Tel. 760964



CELAS ABERTAS DE ALTA TENSÃO

Projectos e instalações eléctricas de:

Centrais

Subestações

Postos de Transformação

Fábricas

Edifícios públicos

Blocos residenciais

a matriz em quatro submatrizes, por forma a isolar as bandas horizontal e vertical:

$$x = \left[\begin{array}{c|c} [x]_{\varphi\varphi} & [x]_{\varphi u} \\ \hline [x]_{u\varphi} & [x]_{uu} \end{array}\right],$$

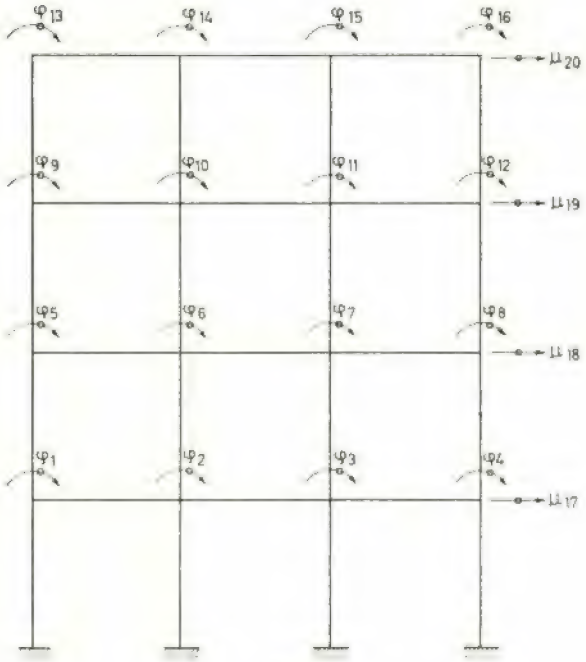


Fig. 4

verifica-se que a submatriz $[x]_{\varphi\varphi}$ é uma matriz de banda diagonal, cujos elementos são momentos nos nós, causados por rotações dos mesmos nós; a submatriz $[x]_{\varphi u} = [x]^*_{u\varphi}$ é uma matriz de banda vertical, cujos elementos são momentos nos nós, causados por translações dos andares; a submatriz $[x]_{u\varphi} = [x]^*_{\varphi u}$ é uma matriz de banda horizontal, cujos elementos são forças horizontais nos andares, causadas por rotações dos nós; a submatriz $[x]_{uu}$ é uma matriz de banda tridiagonal, cujos elementos são forças nos andares, causadas por translações dos mesmos andares.

Parcelando correspondentemente a matriz dos deslocamentos, Δ, na submatriz das rotações, φ, e na submatriz das translações, u; e a matriz da solicitação na submatriz dos momentos de fixação, m_o, e na submatriz das forças de fixação, q_o, a expressão matricial das equações de equilíbrio:

$$x\,\Delta = x_o$$

escreve-se:

$$\left[\begin{array}{c|c} [x]_{\varphi\varphi} & [x]_{\varphi u} \\ \hline [x]_{u\varphi} & [x]_{uu} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} [\varphi] \\ \hline [u] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} [m_o] \\ \hline [q_o \end{array}\right]$$

ou, desenvolvendo e simplificando a notação:

$$x_{\varphi\varphi}\,\varphi + x_{\varphi u}\,u = m_o$$

$$x_{u\varphi}\,\varphi + x_{uu}\,u = q_o\,.$$

Tirando u da segunda equação:

$$u = x_{uu}^{-1}\,(q_o - x_{u\varphi}\,\varphi)$$

e substituindo, na primeira, obtém-se

$$(x_{\varphi\varphi} = x^*_{u\varphi}\,x_{uu}^{-1}\,x_{u\varphi})\;\varphi = m_o - x^*_{u\varphi}\,x_{uu}^{-1}\,q_o\,;$$

equação que, representando por:

$$\bar{x} = x_{\varphi\varphi} - x^*_{u\varphi}\,x_{uu}^{-1}\,x_{u\varphi}$$

a *matriz de rigidez reduzida* e por:

$$\bar{x}_o = m_o - x^*_{u\varphi}\,x_{uu}^{-1}\,q_o$$

a *matriz de solicitação reduzida*, se pode escrever:

$$\bar{x}\,\varphi = \bar{x}_o\,.$$

Esta equação matricial permite determinar as rotações, φ, depois do que as translações, u, se tiram da expressão atrás escrita.

Procede-se assim por recorrência e tudo se reduz, afinal à inversão das matrizes x_{uu} e $\bar{x}$, ambas matrizes de banda diagonal.

Ora a matriz x_{uu} tem a particularidade de ser uma matriz de banda tridiagonal, em que os elementos da diagonal principal (excepto o primeiro e o último) são iguais à soma, com o sinal contrário, dos dois elementos contíguos:

$$x_{jj} = -\,(x_{j\,(j-1)} + x_{j\,(j+1)})$$

Desta circunstância resulta que, ordenando os andares de 1 até a, de baixo para cima, o inverso de x_{uu} é da forma:

$$x_{aa}^{-1} = \begin{bmatrix} x_1 & x_1 & x_1 & x_1 & \dots & x_1 \\ x_1 & x_2 & x_2 & x_2 & \dots & x_2 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_3 & \dots & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_4 \\ . & . & . & . & \dots & . \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_a \end{bmatrix}$$

sendo:

$$x_1 = \frac{1}{x_{11} + x_{12}}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{1}{x_{12}}$$

. . . . . .

$$x_i = x_{i-1} - \frac{1}{x_{(i-1)i}}$$

. . . . . ,

onde x_{ij} representa o coeficiente de rigidez do andar i, por virtude da translação unidade do andar j (¹).

A obtenção das matrizes $\bar{x}$ e $\bar{x}_o$ fica assim extremamente simplificada, como o fica a inversão da matriz $\bar{x}$, por ser de ordem consideràvelmente inferior à da matriz x.

Observe-se que a matriz $\bar{x}$ é, como se disse, uma matriz tridiagonal, cujos elementos são submatrizes. E conhecem-se vários processos para inverter com facilidade matrizes deste tipo, sendo possível imaginar outros.

13. E eis aí alguns exemplos de como o cálculo das estruturas reticuladas — e, por extensão, o de todos os tipos de estruturas — foi afectado, directa e indirectamente, pelo progresso dos métodos de computação linear, que a criação dos computadores automáticos provocou.

(¹) Este resultado, que se aplica à inversão de todas as matrizes de banda tridiagonal em que o elemento intermédio de cada linha é igual e de sinal contrário à soma dos dois contíguos, e de que não vimos referência antes, foi obtido pelo Eng.º Miguel de Sousa, no Gabinete de Estruturas da Faculdade de Engenharia.

C. D. U. 661.257 — 52

ESTUDO DE UM SISTEMA DE COMANDO AUTOMÁTICO PARA O CIRCUITO DE SECAGEM E ABSORÇÃO DE UMA FÁBRICA DE ÁCIDO SULFÚRICO

por VIRGÍLIO IGREJA
Eng.º Electrotécnico
(Chefe do Dep. «Automação» do Centro de Investigação da C. U. F.)

(Conclusão)

3.2 — Síntese da rede corretora

3.2.1 — Matriz de transferência

Consideremos, novamente, o esquema em bloco do sistema.

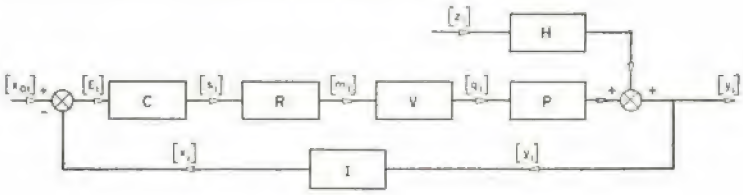


Fig. 16

Como indicámos na secção 2.1 pretendemos que ε_i tenha influência na saída y_i e em mais nenhuma outra. Para isso, torna-se necessário, como já vimos, que a matriz $G' = IPVR$ seja diagonal. Como desejamos ainda aplicar as fórmulas de Cohen-Coon na fixação dos parâmetros dos controladores, interessa-nos que os elementos de G' se possam aproximar por elementos do tipo $\frac{K\,e^{-Ls}}{Cs+1}$ onde K, L e C são constantes.

Conhecemos já a matriz $P' = PV$; por outro lado, sabemos que a matriz I é diagonal. A equação $G' = IPVR$ pode, então, ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} g'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g'_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g'_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g'_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}P'_{11} & I_{11}P'_{12} & 0 & 0 \\ I_{22}P'_{21} & I_{22}P'_{22} & I_{22}P'_{23} & 0 \\ 0 & I_{33}P_{32} & I_{33}P'_{33} & 0 \\ 0 & I_{44}P'_{42} & I_{44}P'_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (46)$$

onde atendemos já aos elementos nulos de P'. De (46) resultam quatro sistemas de equações que resolvidos em relação aos elementos r_{ij} e considerando os valores já encontrados para P'_{ij}, admitem como solução a matriz R indicada na expressão (48). Os valores resultantes para g_{ij} são os seguintes:

$$g'_{11} = g'_{22} = g'_{33} = 297\left(1 + \frac{e^{-6s}}{4s+1}\right) + \frac{28{,}44}{4s+1}\left(1 + \frac{e^{-6s}}{4s+1}\right) - \frac{23{,}38}{4s+1}\,e^{-12s}$$

$$g'_{44} = \frac{43}{s} \quad (47)$$

$$R(s)=\begin{bmatrix} \left[21{,}25\, e^{-12s}-25{,}85\left(1+\frac{e^{-6s}}{4s+1}\right)\right]\frac{1}{I_{11}} & \left(0{,}99\,s+\frac{0{,}99\,s}{4s+1}\,e^{-6s}\right)\frac{1}{I_{22}} & -153\,\frac{1}{I_{33}} & 0 \\ \left[1{,}65\left(1+\frac{e^{-6s}}{4s+1}\right)\right]\frac{1}{I_{11}} & \left[\frac{0{,}61\,s}{4s+1}\left(1+\frac{e^{-6s}}{4s+1}\right)\right]\frac{1}{22} & -\frac{93{,}5}{4s+1}\,\frac{1}{I_{33}} & 0 \\ 0{,}75\, e^{-12s}\,\frac{1}{I_{11}} & \frac{0{,}28\,s}{4s+1}\,e^{-12s}\,\frac{1}{I_{22}} & \left(-5{,}40+\frac{51{,}70}{4s+1}\right)\frac{1}{I_{33}} & 0 \\ \left[14{,}88\, e^{-12s}-18{,}10\left(1+\frac{e^{-6s}}{4s+1}\right)\right]\frac{1}{I_{11}} & \left[\frac{0{,}544}{4s+1}\,e^{-12s}-\frac{0{,}66\,s}{4s+1}\left(1+\frac{e^{-6s}}{4s+1}\right)\right]\frac{1}{I_{22}} & -10{,}67\,\frac{1}{I_{33}} & -\frac{1}{I_{44}} \end{bmatrix} \quad (48)$$

QUADRO V

Componentes da Rede Correctora

REF.	Valor (kΩ)	REF.	Valor (kΩ)	REF.	Valor
R_{111}	0,387	R_{311}	13,3	R_{411}	10,0 kΩ
R_{112}	1,93	R_{321}	35,7	R	10,0 kΩ
R_{113}	0,470	R_{331}	1,85	R_1	2,40 MΩ
R_{121}	1,00	R_{332}	0,967	R_2	480 kΩ
R_{122}	10,1	R_{411}	0,552	R_3	9,90 kΩ
R_{131}	0,065	R_{412}	2,76	R_4	10,0 kΩ
R_{211}	6,06	R_{413}	0,672	C_1	100 μF
R_{212}	30,3	R_{421}	18,5	C_2	50 μF
R_{221}	16,4	R_{422}	15,1	C_3	10 μF
R_{222}	983	R_{423}	909	—	—
R_{231}	0,535	R_{431}	0,937	—	—

3.2.2 — **Esquema da rede**

Obtida a matriz R que torna $G' = IPVR$ diagonal, determinemos a rede eléctrica por ela descrita. Para isso, notemos que o papel da rede R é construir sinais m_i de comando das válvulas, a partir dos sinais de saída s_i dos controladores, segundo a equação $[m_i] = R\,[s_i]$ com os elementos r_{ij} de R dados por (48).

Pela análise de (48) verificamos que os sinais m_i, num dado instante t_i, devem valores que dependem em geral de s_1, s_2, s_3 e s_4 nos instantes t_i, $(t_i - 6)$ e $(t_i - 12)$ diferindo de 6 minutos, depois de transformados por redes com os seguintes tipos de funções de transferência:

$$\text{i) } K_1 \quad \text{ii) } K_2 . s \quad \text{iii) } \frac{K_4}{(sT+1)} \quad \text{iv) } \frac{K_5 . s}{(sT+1)} \quad \text{v) } \frac{K_6 . s}{(sT+1)^2} \tag{49}$$

onde os k_i são constantes positivas ou negativas.

São conhecidas as redes elementares incluindo amplificadores operacionais com funções de transferência dos tipos (49). Por outro lado, através de um dispositivo de registo e detecção, é possível reproduzir contínua e automàticamente os valores das tensões s_i (t) em instantes anteriores em 6 e 12 minutos ao instante considerado. Este dispositivo funciona, assim, como uma memória que fornece continuamente à rede correctora os sinais s_i $(t - 6)$ e s_i $(t - 12)$ de que ela necessita para construir juntamente com os sinais s_i (t) provenientes dos controladores, os sinais m_i de comando das válvulas.

A figura 16 mostra o esquema da rede. Considerámos constantes as funções de transferência I_{ii} dos instrumentos de medida que aparecem na expressão (48) de R, já que é possível obtê-los com tempos de resposta desprezáveis em relação aos do processo. Para simplificar e porque isso é sempre possível, fizemos essas constantes iguais à unidade. Os valores das resistências e condensadores que aparecem associados a amplificadores operacionais de corrente contínua, de alto ganho, estão indicados no quadro V.

4 — ESTUDO DA ESTABILIDADE E REALIZABILIDADE DO SISTEMA

4.1 — **Determinação dos parâmetros dos controladores**

Utilizámos o método de Ziegler-Nichols na determinação dos valores dos parâmetros livres dos controladores.

A partir das expressões (47) obtêm-se para as respostas a entradas s_i em grau unidade da cadeia: rede correctora—válvulas—processo—instrumentos de medida, as seguintes expressões:

$$x_1(s) = x_2(s) = x_3(s) = \frac{1}{s}\left[2{,}97\left(1 + \frac{e^{-6s}}{4s+1}\right) + \frac{28{,}44}{4s+1}\left(1 + \frac{e^{-6s}}{4s+1}\right) - \frac{23{,}38}{4s+1}\,e^{-12s}\right] \tag{50}$$

$$x_4(s) = \frac{1}{s}\left[\frac{43}{s}\right] \tag{51}$$

Representando gràficamente a função (50) (gráfico 5) e procurando uma expressão com transformada racional para a função cuja curva se aproxima dos pontos obtidos, fomos conduzidos ao seguinte resultado (gráfico 6):

$$x_1(t) = x_2(t) = x_3(t) = 12{,}56\left(2{,}5 - \frac{e^{-0{,}408\,t}}{0{,}234} + \frac{e^{-0{,}982\,t}}{0{,}564}\right) \tag{52}$$

cuja transformada de Laplace é:

$$x_1(s) = x_2(s) = x_3(s) = \frac{1}{s}\,\frac{12{,}56}{s^2 + 1{,}39\,s + 0{,}4} = \frac{1}{s}\,\frac{12{,}56}{(s + 0{,}408)\,(s + 0{,}982)} \tag{53}$$

REDE CORRECTORA

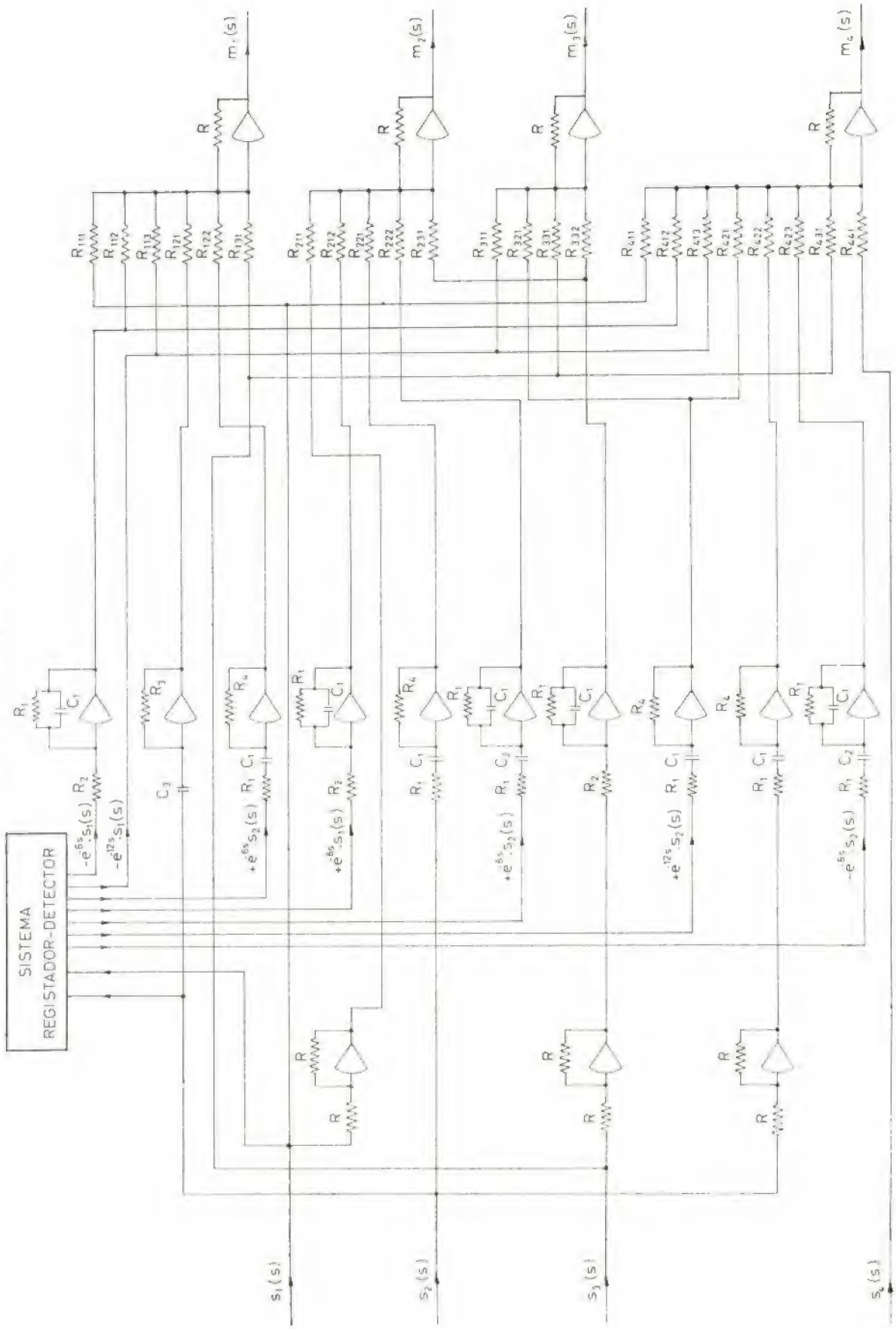
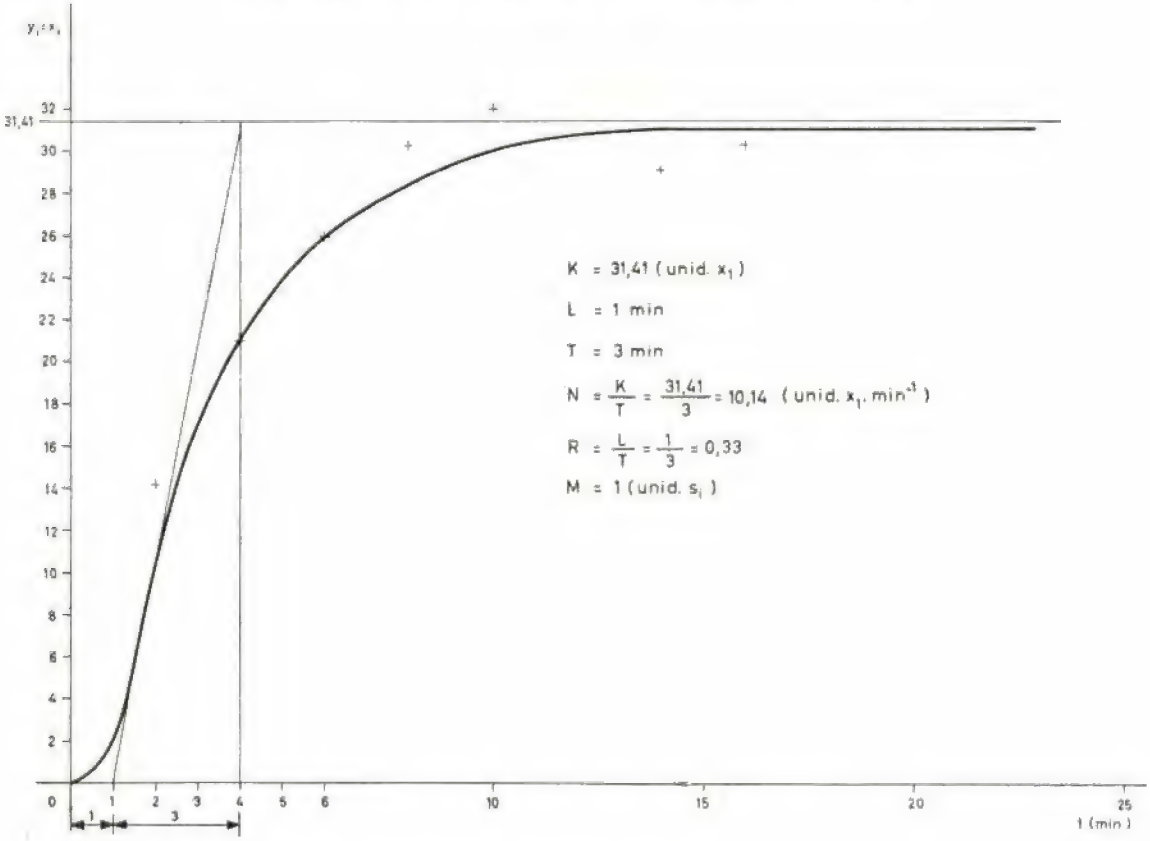


GRÁFICO 5

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS



Daqui resulta a expressão aproximada seguinte para (47):

$$g'_{11}(s) = g'_{22}(s) = g'_{33}(s) = \frac{12{,}56}{(s + 0{,}408)\,(s + 0{,}982)} \tag{54}$$

Do gráfico 5 obtemos os valores:

$K = 31{,}41$ (unidades de xi).
$L = 1$ (minuto)
$T = 4$ (minuto)
$N = \dfrac{K}{T} = \dfrac{31{,}41}{3} = 10{,}14$ (unidades de xi . minuto^{-1})
$M = 1$ (unidades de si)
$R = \dfrac{L}{T} = \dfrac{1}{3} = 0{,}33$.

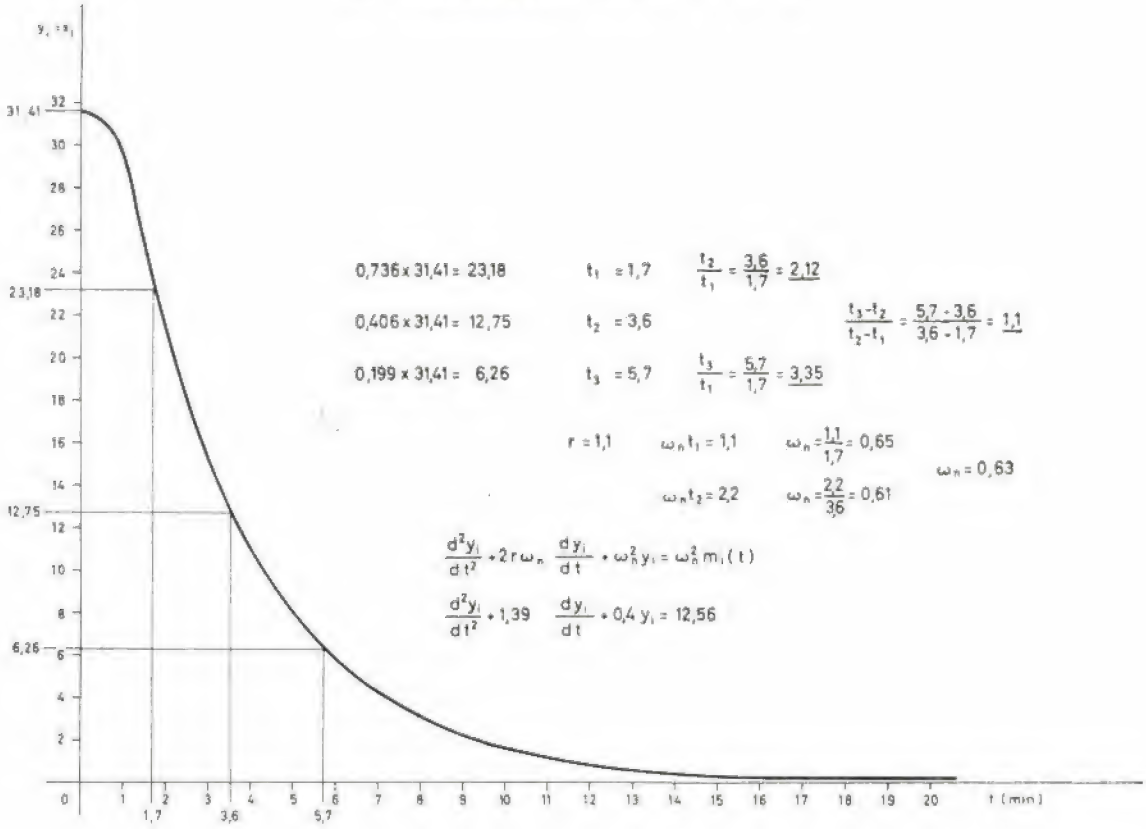
Substituindo estes valores nas fórmulas de Cohen-Coon, resultam os valores seguintes para os parâmetros livres dos controladores.

$$Xp = \frac{M}{NL}\left(\frac{4}{3} + \frac{R}{4}\right) = \frac{1}{10{,}14}\left(\frac{4}{3} + \frac{0{,}33}{4}\right) = 0{,}134\ \frac{\text{unid. si}}{\text{unid. xi}}$$

$$Tv = L\left(\frac{4}{11 + 2R}\right) = \frac{4}{11 + 2 \times 0{,}33} = 0{,}34 \text{ minuto}$$

GRÁFICO 6

DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO PROCESSO (Anéis 1, 2 e 3)



$$Tn = L\,\frac{32 + 6R}{13 + 8R} = \frac{32 + 6 \times 0{,}33}{13 + 8 \times 0{,}33} = 2{,}18 \text{ minuto}$$

Os coeficientes Xp, Tv e Tn corrrespondem, respectivamente, às acções proporcional, derivativa e integral dos controladores cuja equação diferencial de funcionamento é a seguinte:

$$\frac{dsi}{dt} = Xp\left(\frac{1}{Tn}\,\varepsilon_i + \frac{d\,\varepsilon_i}{dt} + Tv\,\frac{d^2\varepsilon_i}{dt^2}\right) \tag{55}$$

Substituindo valores e aplicando a transformada de Laplace, obtém-se a seguinte função de transferência para os anéis 1,2 e 3:

$$C_{11}(s) = C_{22}(s) = C_{33}(s) = \frac{1}{s} \times 0{,}045\,(s^2 + 2{,}94 + 1{,}35) = \frac{0{,}045\,(s + 0{,}570)\,(s + 2{,}370)}{s} \tag{56}$$

4.2 — Aplicação do método de Evans

Da equação (6), deduzida na secção 2.2, resulta a equação característica seguinte para o sistema.

$$|\,E + GI\,| = 0$$

ou, para cada anel

$$1 + g_{ii}\, I_{ii} = 0 \tag{57}$$

onde g_{ii} e I_{ii} são, respectivamente, as funções de transferência da cadeia principal e do instrumento de medida associado a cada anel (figura 17).

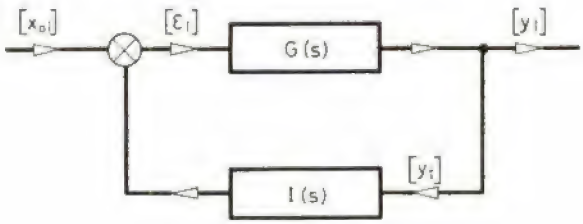


Fig. 17

Para os anéis 1, 2 e 3 obtemos, a partir das expressões (54) e (56 :

$$1 + g_{ii}\, I_{ii} = 1 + \frac{0{,}565\ (s + 0{,}570)\ (s + 2{,}370)}{s\ (s + 0{,}408)\ (s + 0{,}982)} \tag{58}$$

Se utilizarmos os valores de T_v e T_D obtidos para os controladores 1, 2 e 3, no controlador 4, resulta a seguinte equação característica para o anel 4 :

$$1 + g_{44}\, I_{44} = 1 + \frac{14{,}6\ (Xp)_4\ (s + 0{,}570)\ (s + 2{,}370)}{s^2} \tag{59}$$

onde $(Xp)_4$ será determinado pelo respectivo diagrama de Evans.

A partir das expressões (58) e (59) e atendendo às condições de módulo e de ângulo inerentes ao método do lugar geométrico das raízes, foram traçados os gráficos 7 e 8.

Ao valor $Xp = 0{,}134$ para os controladores dos anéis 1, 2 e 3 corresponde o valor $K = 0{,}565$. O diagrama de Evans correspondente mostra-nos que os anéis 1, 2 e 3 são estáveis. Ao valor $K = 0{,}760$, para o anel 4, a que corresponde o valor $(Xp)_4 = 0{,}052$, está associado também um funcionamento estável, como se verifica pelo gráfico 8. A escolha deste valor $K = 0{,}760$ permite uniformizar o tempo de resposta dos anéis, como veremos adiante.

Concluímos, assim, pela aplicação do método de Evans, que o sistema formado pelos 4 anéis é estável.

3.4 — **Realizabilidade do sistema**

Para verificarmos as condições de realizabilidade indicadas na secção 2.3, comecemos por determinar a matriz (E + GI). De (58) e (59), com $(Xp)_4 = 0{,}052$, obtém-se:

$$(E + GI) = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{0{,}565\,(s + 0{,}570)\,(s + 2{,}370)}{s\,(s + 0{,}408)\,(s + 0{,}982)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \dfrac{0{,}565\,(s + 0{,}570)\,(s + 2{,}370)}{s\,(s + 0{,}408)\,(s + 0{,}982)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \dfrac{0{,}565\,(s + 0{,}570)\,(s + 2{,}370)}{s\,(s + 0{,}408)\,(s + 0{,}982} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \dfrac{0{,}052\,(s + 0{,}570)\,(s + 2{,}370)}{s} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Como (60) é diagonal, resulta imediatamente $(E + GI)^{-1}$ diagonal, pelo que a condição i) da secção 2.3 é satisfeita. A condição seguinte é também satisfeita, atendendo à expressão (46) e ao facto das matrizes I e C serem diagonais. Finalmente, os valores encontrados para os componentes de R (quadro V) permitem afirmar que a última condição de realizabilidade é também satisfeita.

GRÁFICO 7

DIAGRAMA DE EVANS

(Anéis 1, 2 e 3)

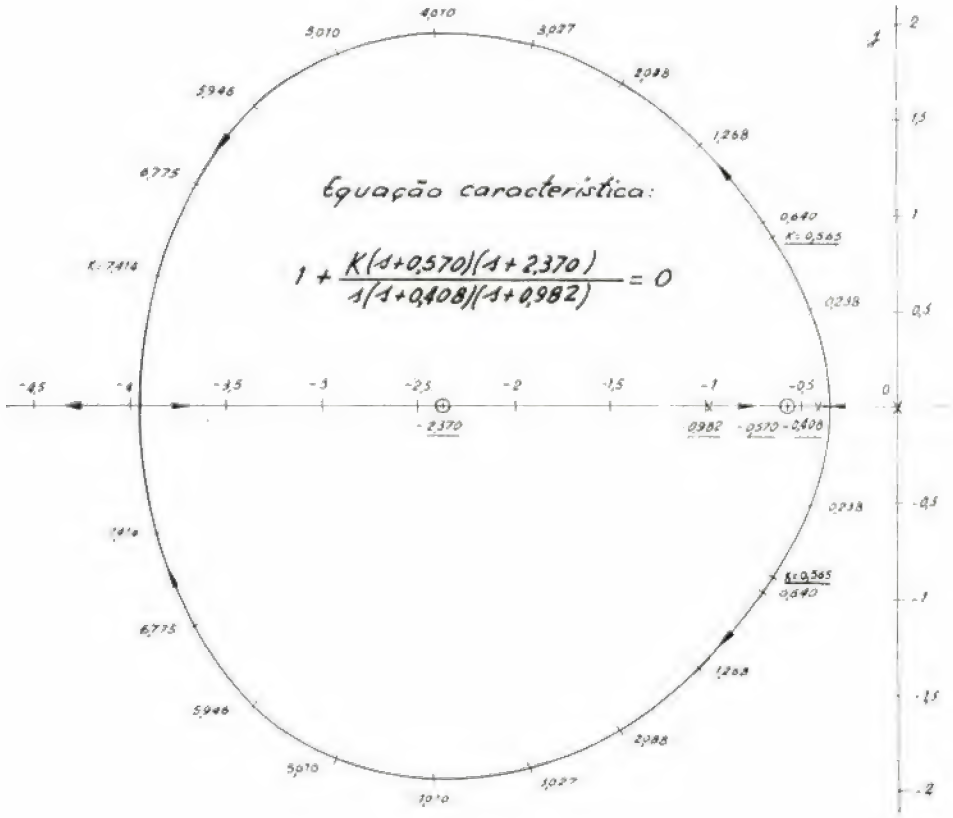
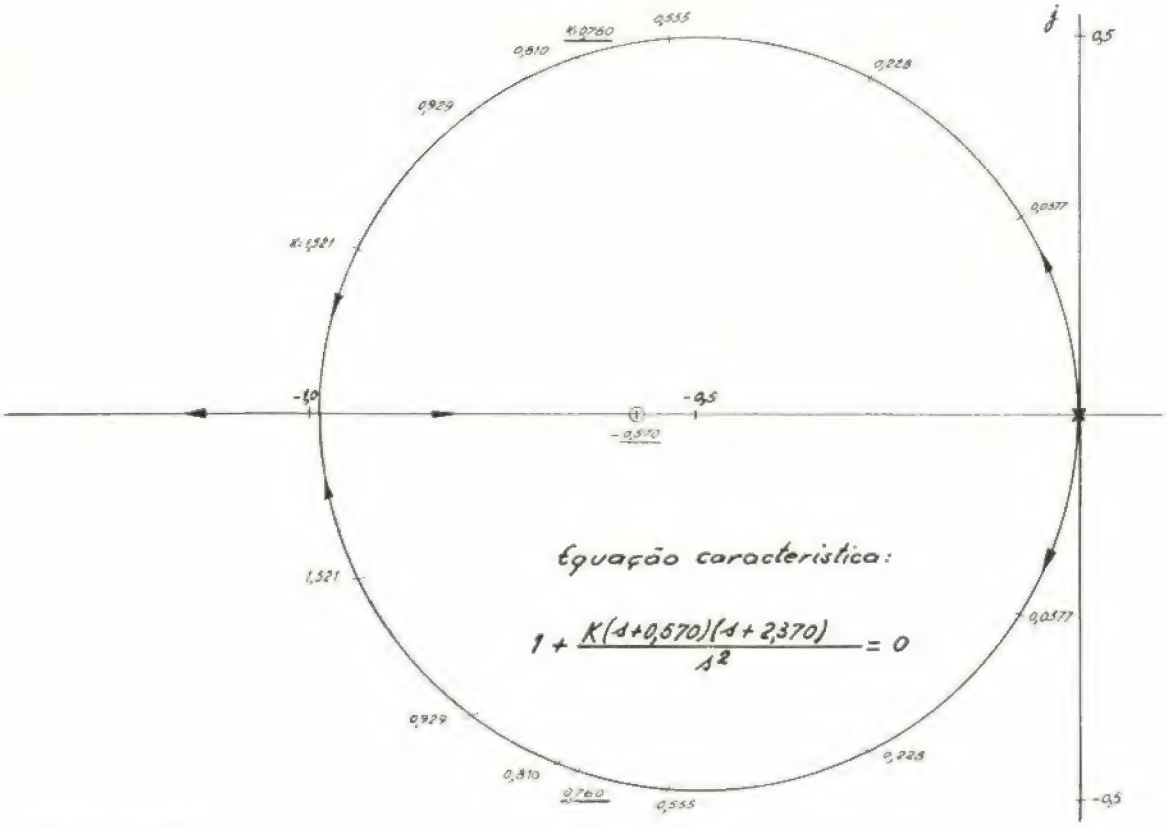


GRÁFICO 8

DIAGRAMA DE EVANS

(Anel 4)



5 – CONCLUSÕES

As configurações de polos e zeros obtidas dos gráficos 7 e 8 caracterizam o comportamento dinâmico de cada anel de controle. Com efeito, as respostas a entradas em degrau unidade, por exemplo, têm a seguinte expressão (secção 2.2, exp. 6):

$$y_i(s) = \frac{g_{ii}(s)}{1 + g_{ii}(s)\, I_{ii}(s)} \cdot \frac{1}{s} \tag{61}$$

onde, para os anéis 1, 2 e 3, é:

$$g_{ii}(s) \,.\, I_{ii}(s) = g_{ii}(s) = \frac{0,565\ (s + 0,570)\ (s + 2,370)}{s\ (s + 0,408)\ (s + 0,982)} \tag{62}$$

Substituindo (62) em (61) vem:

$$y_1(s) = y_2(s) = y_3(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{0,565\,(s + 0,570)\ (s + 2,370)}{(s + 0,610)\ [(s + 0,667)^2 + 0,897^2]} \tag{63}$$

Para o anel 4 tem-se:

$$g_{44}(s)\ \ I_{44}(s) = g_{44}(s) = \frac{0,760\ \ (s + 0,570)\ \ (s + 2,370)}{s^2} \tag{64}$$

Substituindo (64) em (61), resulta:

$$y_4(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{0{,}760}{1{,}750} \frac{(s + 0{,}570)}{[(s + 0{,}635)^2 + 0{,}424^2]} \frac{(s + 2{,}370)}{} \tag{65}$$

A inversão das expressões transformadas (63) e (65) permite obter, fàcilmente, as respostas transitórias $y_1(t) = y_2(t) = y_3(t)$ e $y_4(t)$ correspondem aquelas entradas em degrau unidade. A escolha do valor $K = 0{,}760$, para o anel 4, conduz a um tempo de resposta a 2 % ($ts = 4$ minuto) aproximadamente igual ao dos anéis 1, 2 e 3 ($ts = 4{,}3$ minuto). Justifica-se assim, essa escolha.

Analisando tudo o que se disse atrás, concluímos o seguinte:

i) A fim de manter tão alto quanto possível o rendimento global do processo de secagem e absorção, torna-se necessário manter costantes no tempo as concentrações (y_1 e y_3) do ácido nas entradas das torres de secagem e absorção;

ii) o comando manual directo e independente de y_1 ou y_3, através das válvulas disponíveis na fábrica, é muito difícil senão impossível; com efeito, a manobra de qualquer dessas válvulas *altera ambas as concentrações (y_1 e y_3) além de alterar os níveis de ácido nas torres (y_2 e y_4)* os quais, embora com pouca influência nos processos de secagem e absorção, têm limites que não podem ser ultrapassados;

iii) o sistema automático projectado *controla individualmente cada saída (y_i), sem alterar qualquer das outras saídas (y_k, $k \neq i$).* Para isso não faz um comando directo por manobra de *uma* única válvula mas, em geral, de *todas* aquelas válvulas, de modo a ser afectada apenas a saída que necessita ser corrigida;

iv) os valores determinados para os componentes da rede correctora e para os parâmetros livres dos controladores conduzem a um funcionamento *estável*, com tempos de resposta a 2 % da ordem dos 4 minutos.

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

■ ■ ■

SERRALHARIAS,

CALDEIRARIA,

FERRARIA,

FUNDIÇÕES

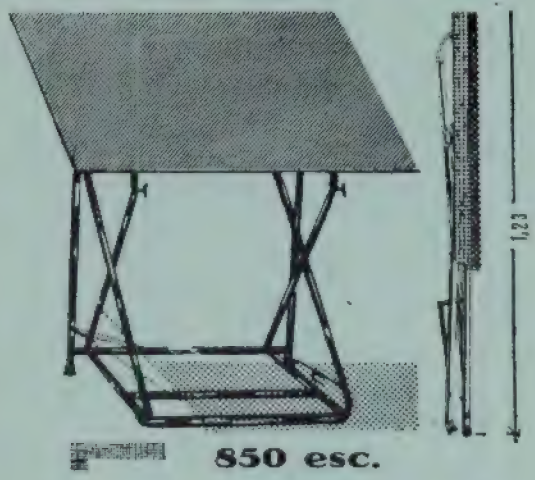
■ ■ ■

ESCRITÓRIO

Rua de S. Tiago, 13

LISBOA

Telefone 86 19 72



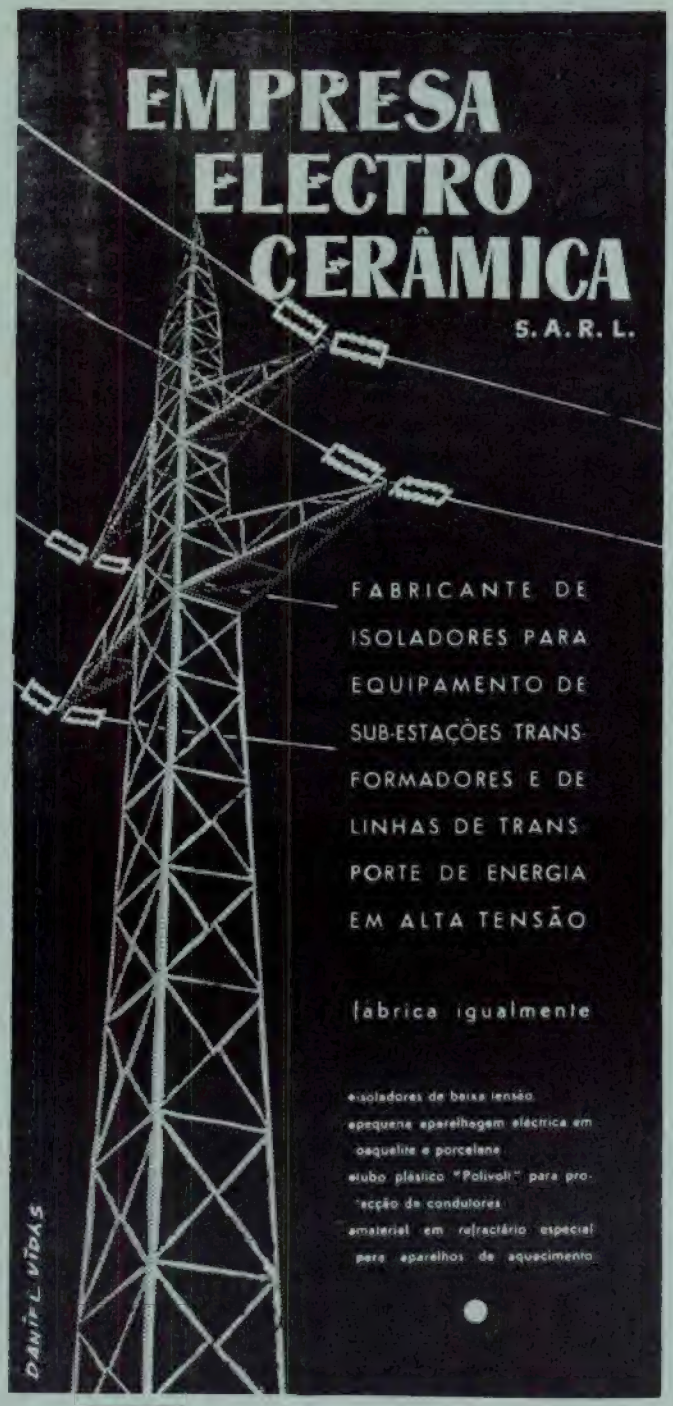
850 esc.

CARACTERÍSTICAS: Tubo de aço, articulado em qualquer posição, várias inclinações, fàcilmente transportável, não ocupa espaço quando fechado, prancheta de 1,20 × 0,80 de madeira, em tela. Pintura de estufa.

Em exposição, outros modelos de madeira e metálicos e todo o material para desenho

J. J. SILVA & IRMÃO, LDA.

rua silva carvalho 232-b · lisboa · telefone **652750 / 680671**



SEDE L. BARÃO DE QUINTELA, 3-1º LISBOA

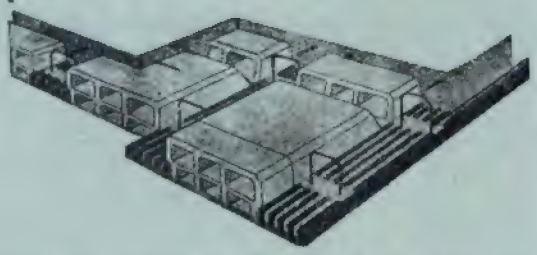
FÁBRICA-GANDAL-VILA NOVA DE GAIA

EC 61-I

PRÉ - ESFORÇADOS CERÂMICOS

PATIAL

patente stahlton



PAVIMENTOS, TECTOS, FORROS, COBERTURAS, ASNAS, SILOS

CERVAL

CERÂMICA VALE DE LOBOS, L.DA

R. JOAQUIM A. AGUIAR, 41, 5.º-D. - LISBOA - TEL. 53 11 38/9/0

ao serviço da energia

BATERIAS ESTACIONÁRIAS

TUDOR

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

VIDA ESCOLAR E ASSOCIATIVA

C. D. U. 621.391

INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS DIGITAIS (*)

por LUÍS VICENTE
Engenheiro Especialista
do Laboratório Nacional
de Engenharia Civil

RESUMO

No presente artigo faz-se uma breve referência à tecnologia dos sistemas digitais. Descreve-se a materialização de funções booleanas por aplicação de contactos, diodos e transistores. No final consideram-se as memórias de núcleos magnéticos e o seu funcionamento.

12 — MATERIALIZAÇÃO DOS SÍMBOLOS 0 E 1

Na materialização de funções booleanas os símbolos 0 e 1 associam-se a dois estados físicos possíveis de alguns componentes que formam o circuito digital. Estes estados podem corresponder a situações bem definidas, como no caso de contactos (fecho ou abertura), ou corresponder a dois intervalos distintos de variação duma grandeza física, como tensão eléctrica, por exemplo:

$$0 \longrightarrow 0 \quad a \quad 1 \text{ volt}$$
$$1 \longrightarrow 3 \quad a \quad 9 \text{ volt}$$

Se os valores de tensão eléctrica associados a 1 são superiores aos que se associam a 0, esta materialização do conjunto $\{0,1\}$ chama-se *lógica positiva*. *Lógica negativa* é a que resulta de se inverter aquela convenção.

Admita-se que, para uma certa convenção, um circuito digital realiza uma dada função. Pelo princípio da dualidade, o mesmo circuito executará a função dual da função dada, se se inverter a convenção. Com efeito, inverter a convenção é trocar 0s com 1s e executar a função dual é trocar (+) com (.). Deste modo, ao descrevermos os diferentes meios tecnológicos utilizados na materialização de funções booleanas, é suficiente considerar as suas possibilidades em relação a uma dada convenção, pois, para a convenção inversa, bastará trocar 0 com 1 e (+) com (.).

13 — CIRCUITOS DE CONTACTOS

Um contacto diz-se *de fecho* quando pela operação do respectivo comando (relé, por exemplo) ele estabelece a continuidade do ramo onde se encontra intercalado. Diz-se de *abertura* quando interrompe esse ramo — Fig. 13.1 (a).

A cada comando de contactos faz-se corresponder uma variável de entrada e estabelece-se em geral a seguinte convenção:

$$0 \begin{cases} \text{Desoperação dum comando} \\ \text{Interrupção dum circuito} \end{cases}$$

$$1 \begin{cases} \text{Operação dum comando} \\ \text{Continuidade dum circuito} \end{cases}$$

Então a representação é simplificada se se substituir cada contacto pela variável que representa o respectivo comando ou pelo seu complemento, conforme o contacto é de fecho ou de abertura — Fig. 13.1 (b).

(*) Este artigo reproduz a última duma série de três conferências realizadas no I.S.T. em Janeiro de 1967 e promovidas pela Secção Pedagógica da AEIST com a colaboração do 5.º ano do Curso de Electricidade. A matéria versada nas outras conferências foi publicada na «Técnica» n.º 365 e na «Técnica» n.º 366, respectivamente de Fevereiro e Março de 1967.

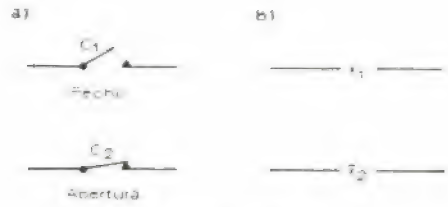


Fig. 13.1 — Contactos

As operações elementares são então materializadas de acordo com os diagramas da figura 13.2.

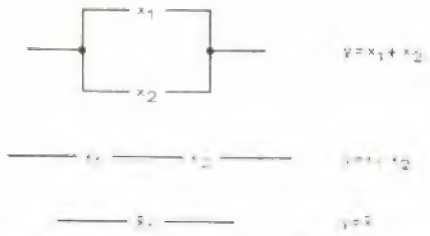


Fig. 13.2 — Contactos. Operações elementares

Considere-se agora um exemplo muito simples de aplicação das convenções anteriores: o problema dos dois comutadores de escada. Sejam x_1 e x_2 as variáveis que representam os estados dos comutadores. Quando se muda o estado de um deles, se o circuito se encontrava estabelecido, deve interromper-se e, se se encontrava interrompido, deve estabelecer-se. Convencionando continuidade para $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$, resulta:

# $x_1 =$	0	1	0	1
# $x_2 =$	0	0	1	1
# $y =$	1	0	0	1

Portanto:

$$y = \bar{x}_1 \,.\, \bar{x}_2 + x_1 \,.\, x_2$$

o que conduz ao diagrama da figura 13.3 (a) e se materializa adoptando o esquema da figura 13.3 (b).

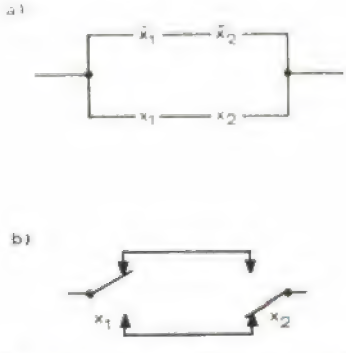


Fig. 13.3 — Comutadores de escada

14 — CIRCUITOS DE DÍODOS

Estabelecida a convenção:

$$1 \longrightarrow v = E_1 \text{ volt}$$
$$0 \longrightarrow v = E_0 \text{ volt}$$

sendo $E_1 > E_0$, está a realizar-se uma lógica positiva. Esta lógica pode ser materializada com circuitos de díodos de acordo com a figura 14.1.

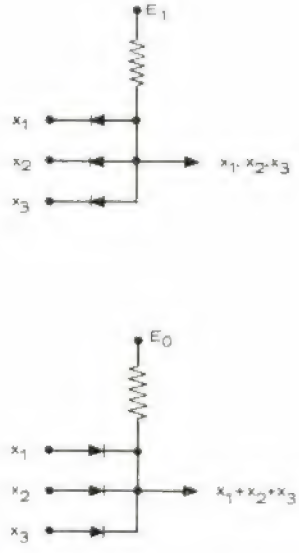


Fig. 14.1 — Circuitos de díodos

Os díodos permitem desconjugar as tensões nas diferentes entradas. No 1.º caso a tensão de saída tem o valor da tensão mais baixa de entrada. O único vector de entrada que conduz a $y = 1$ é:

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

donde resulta a 1.ª forma canónica:

$$y = x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3$$

No 2.º caso, a tensão de saída é igual ao valor da tensão mais elevada de entrada. O único vector de entrada que conduz a $y = 0$ é:

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

donde resulta a 2.ª forma canónica:

$$y = x_1 + x_2 + x_3$$

Deste modo se materializam com díodos as duas operações fundamentais: multiplicação e

Fig. 14.2 — Intervalos de correspondência

adição. Utilizando apenas díodos e resistências não é possível materializar a complementação.

As quedas de tensão nos díodos, quando conduzem, e as quedas de tensão nas resistências

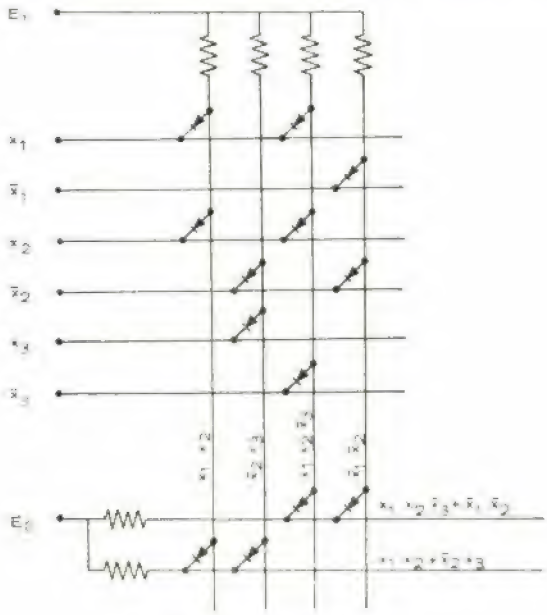


Fig. 14.3 — Matriz de díodos

provenientes das correntes de carga degradam os valores das tensões, estabelecendo-se intervalos de correspondência, em vez de valores bem definidos (Fig. 14.2).

Estes circuitos associam-se em geral em *matrizes de díodos* permitindo a materialização de qualquer função booleana a partir de qualquer das duas primeiras formas canónicas, desde que se disponham dos complementos das variáveis de entrada (Fig. 14.3).

Matrizes de produtos são muitas vezes utilizadas na realização de distribuidores.

15 — CIRCUITOS DE TRANSISTORES

15.1 — Regiões de funcionamento dum transistor

Considere-se a montagem de emissor comum de um transistor NPN e uma dada resistência de carga R_C. No plano (i_C, v_{CE}) podem definir-se três regiões (Fig. 15.1):

C — *Região de corte*
A — *Região activa*
S — *Região de saturação*

a que corrrespondem respectivamente: $\begin{cases} v_{BE} < 0 \\ 0 < v_{BE} < v_{CE} \\ v_{BE} > v_{CE} \end{cases}$

Nos circuitos digitais de transistores são geralmente utilizadas as regiões de corte e de saturação, constituindo a região activa apenas uma zona de rápida transição.

Atendendo ao ganho de tensão da montagem, a variação de v_{BE} para se passar da região de corte à região de saturação é muito pequena em

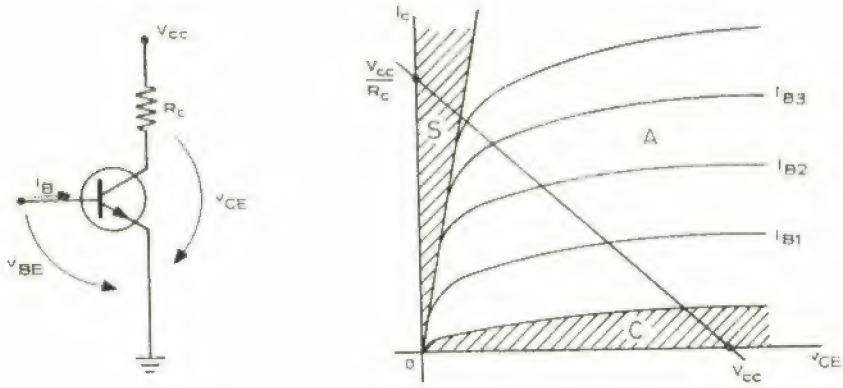


Fig. 15.1 — Montagem de emissor comum

confronto com a variação de v_{CE}, a qual é pràticamente igual a $-V_{CC}$.

Às regiões de corte e de saturação (estados físicos bem definidos) associam-se em geral os símbolos 1 e 0 respectivamente. Então, ao 1.º estado corresponde $v_{CE} \simeq V_{CC}$, se não houver corrente de carga. Ao 2.º estado corresponde $v_{CE} \simeq 0$ (lógica positiva).

15.2 — Circuitos lógicos de resistências — — transistor

O colector de cada transistor poder-se-á ligar, através de resistências R_M de valor bastante mais elevado que o de R_C, à base de outros transistores, de forma a assegurar que o estado de corte do do primeiro implique o estado de saturação dos seguintes. A corrente que é desviada por essas resistências produz na resistência R_C uma queda de tensão, que degrada o valor de v_{CE} correspondente a 1. No entanto, como é elevado o ganho de tensão desta montagem, assegura-se o estado de saturação dos transistores seguintes, mesmo que seja grande esta degradação.

Uma montagem muito generalizada é a da figura 15.2, na qual se utiliza também uma resistência R_{TM} polarizada negativamente e que assegura o corte (1) de cada transistor, quando todos os anteriores se encontram saturados (0), drenando a corrente de fuga colector-base I_{CBO}.

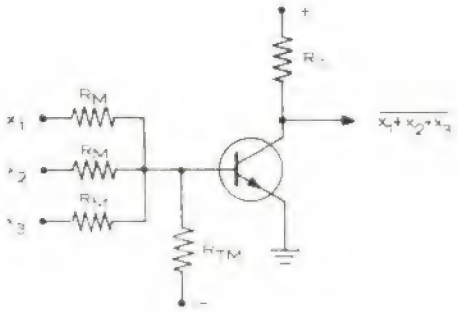


Fig. 15.2 — Lógica RT

Quando algum dos transistores anteriores se encontra no estado de corte (1), o transistor em causa satura (0). Só existe então um vector de entrada para o qual $y = 1$:

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

A primeira forma canónica correspondente é:

$$y = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$$

ou, pela 2.ª lei de De Morgan:

$$y = \overline{x_1 + x_2 + x_3}$$

A função realizada por estes circuitos é pois o produto dos complementos, pelo que se lhes atribui a designação de NEM. O circuito duma entrada materializa o complemento.

Na tecnologia dos circuitos digitais integrados, designada geralmente por *micrológica*, materializa-se a mesma função utilizando-se um transistor por entrada (Fig. 15.3).

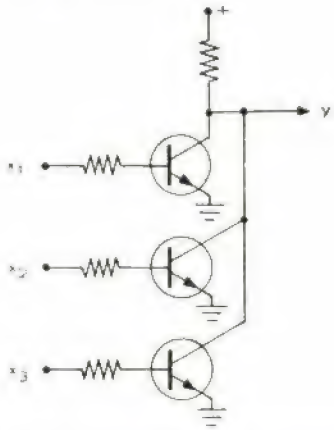


Fig. 15.3 — Circuito NEM. Micrológica

Esta disposição tem a vantagem de necessitar uma menor corrente por entrada, o que permite maior número de interligações. Não são utilizadas as resistências R_{TM}. Desta forma, a condição de corte não se estabelece tal como foi anteriormente definida (polarização inversa das duas junções). A junção base-emissor fica polarizada a uma tensão positiva, mas suficientemente baixa para que a corrente de colector se mantenha pràticamente nula. Além disso a corrente I_{CBO} tem um valor muito baixo, não prejudicando a condição de corte. Tudo isto resulta do facto destes circuitos se integrarem em substratos de silício.

Há circuitos em que se limita inferiormente o valor de v_{CE}, evitando-se a região de saturação. Estes circuitos são designados por *não saturados* e têm a vantagem de permitir menor tempo de comutação.

15.3 — Multivibradores

Multivibradores são circuitos caracterizados por uma forte realimentação positiva, operando por transições bruscas entre dois estados. Apresenta-se apenas uma descrição funcional de três desses circuitos que são os mais utilizados em sistemas digitais.

a) *Multivibrador biestável ou lip-flop* — É caracterizado por dois estados estáveis. A comutação é desencadeada por um sinal exterior de disparo, no sentido de ser obtido o estado complementar do anterior ou qualquer outro que se lhe imponha. Já se viu como estes circuitos constituem células de memória.

b) *Circuito de Schmitt* — É caracterizado por dois estados estáveis, mas que dependem do valor duma tensão de entrada. A comutação processa-se quando o valor dessa tensão passa por dois níveis de referência: um no crescimento e outro no decrescimento. Utiliza-se na regeneração de impulsos.

c) *Multivibrador estável* — É caracterizado por dois estados quase-estáveis, comutando expontâneamente a uma frequência fixa e constituindo só por si um gerador de impulsos. É sincronisável. Pode ser utilizado como metrónomo de sistemas digitais.

16 — MEMÓRIAS DE NÚCLEOS MAGNÉTICOS

16.1 — Núcleos utilizados. Características

Actualmente a forma mais comum de memória é a de núcleos toroidais de ferrite. Em cada núcleo, cujo diâmetro é da ordem do milímetro, é possível memorizar um símbolo: 0 ou 1.

O material utilizado nestes núcleos apresenta um ciclo histerético aproximadamente rectangular (Fig. 16.1).

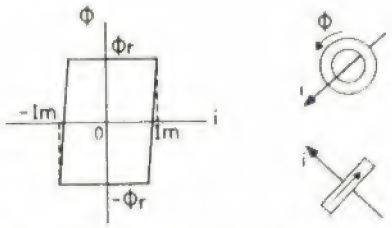


Fig. 16.1 — Núcleo. Ciclo histerético

Sempre que $i \geqslant I_m$, obtém-se $\Phi \geqslant \Phi_r$. Se a partir desta situação se decresce o valor de i até zero, o núcleo fica magnetizado com um fluxo Φ_r. Associa-se a este estado (estável) o símbolo 1. Do mesmo modo, com uma corrente $i \leqslant -I_m$, pode obter-se $\Phi = -\Phi_r$, estado a que se associa o símbolo 0 (Fig. 16.2).

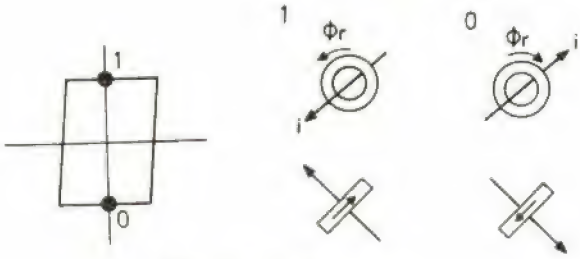


Fig. 16.2 — Convenções

Sempre que o fluxo passa de Φ_r a $-\Phi_r$ (de 1 a 0), induz-se no condutor que atravessa o núcleo um impulso de f.e.m. cujo momento ET é dado por:

$$ET = \int_{t_1}^{t_2} e \, dt = 2 \, \Phi_r$$

sendo (t_1, t_2) o intervalo de tempo durante o qual o fluxo passa de Φ_r a $-\Phi_r$.

16.2 — Constituição das memórias

Os núcleos são normalmente dispostos segundo um sistema de coordenadas rectangulares x, y e z (Fig. 16.3), obtendo-se assim, no seu conjunto, a forma paralelipipédica.

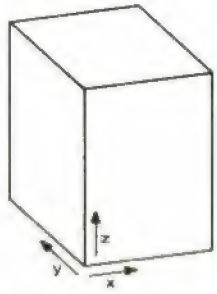


Fig. 16.3 — Disposição geométrica dos núcleos

Cada coluna, de coordenadas x e y, constitui o espaço de memorização duma palavra, e cada um dos seus núcleos, de coordenada z, o ponto de memorização dum símbolo. O número de palavras de cada memória é, em geral, da forma

2^k. Dispõem-se então as colunas de modo que as dimensões totais X e Y são iguais. Cada coluna é referenciada por um endereço o qual se decompõe em duas partes que definem respectivamente x e y.

Em cada plano (x,y), (y,z) ou (z,x) existe um fio que atravessa todos os núcleos desse plano e é identificado pela respectiva coordenada z, x ou y. Portanto cada núcleo é atravessado por 3 fios que se encontram associados às 3 coordenadas desse núcleo.

A figura 16.4 representa uma memória planificada de 16 palavras. O empilhamento faz-se sobrepondo em «zig-zag» os diferentes planos de coordenada z.

$$i_1 = -\frac{I_m}{2}$$

Assim, as correntes totais que atravess m os núcleos são:

— Nos núcleos não seleccionados:

$$i = 2\,i_o = \frac{I_m}{3}$$

— Nos núcleos semi-seleccionados:

$$i = i_o + i_1 = -\frac{I_m}{3}$$

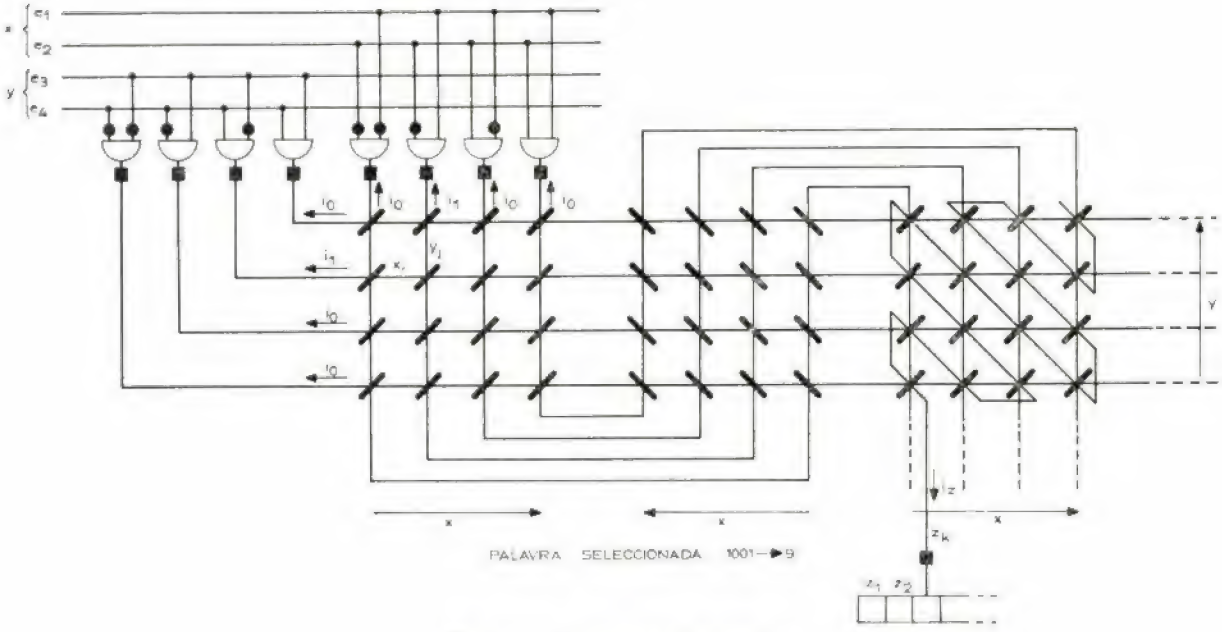


Fig. 16 4 — Memória planificada

16.3 — Funcionamento

a) *Leitura*

Estabelece-se em todos os fios x e y não seleccionados uma corrente de polarização:

$$i_o = \frac{I_m}{6}$$

Aos fios seleccionados (que correspondem ao endereço) impõe-se uma corrente de leitura:

— Nos núcleos seleccionados:

$$i = 2\,i_1 = -I_m$$

Nestas condições, só os núcleos seleccionados que se encontravam no estado 1 ($\Phi = \Phi_r$) passam ao estado 0 ($\Phi = -\Phi_r$). Nos fios z em que isto se verifica induz-se um impulso de f. e. m. cujo momento é $2\Phi_r$. A tensão correspondente é amplificada e cada símbolo 1 é inscrito na respectiva célula dum acumulador.

Note-se que o processo é destrutivo, pois todos os núcleos da coluna referenciada passam ao ao estado 0.

b) *Inscrição*

Em primeiro lugar regista-se no acumulador a palavra a inscrever. Estabelece-se em todos os fios x e y não seleccionados uma polarização nula:

$$i_0 = 0$$

Aos fios seleccionados (que correspondem ao endereço) impõe-se uma corrente de inscrição:

$$i_1 = \frac{I_m}{3}$$

Nos fios z correspondentes aos símbolos 1 registados no acumulador injecta-se um ciclo de corrente com uma configuração idêntica à da figura 16.5.

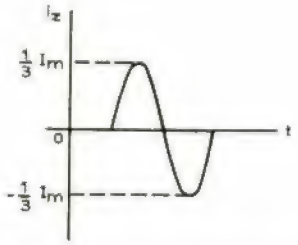


Fig. 16.5 — Ciclo de corrente em z

É fácil verificar que só para os núcleos seleccionados e com $i_z \neq 0$ a corrente total atinge o valor I_m e em nenhum caso é atingido o valor $-I_m$. Portanto todos esses núcleos, e só esses, passam ao estado 1.

Este é também o método utilizado na recuperação duma palavra logo após a sua leitura.

Existem algumas variantes quanto ao modo como são «tecidas» estas memórias. Em muitos casos, para cada plano z utilizam-se dois fios: um de leitura, designado por fio s (sensitivo) e outro de inscrição: fio z.

O tipo de memória que se descreveu designa-se geralmente *memória apagável* pois em qualquer altura é possível substituir a informação nele inscrita.

Em computadores especiais, com programas específicos e de constante aplicação, utilizam-se *memórias fixas*. Em relação a estas memórias só existe o processo de leitura. Elas têm uma constituição semelhante àquela que descrevemos, embora mais simples, pois os núcleos correspondentes aos símbolos 0 são omitidos e as correntes de polarização garantem sempre o estado 1 aos núcleos existentes. Neste caso poderá ser:

$$i_0 = \frac{I_m}{2}$$

$$i_1 = -\frac{I_m}{2}$$

Por cada plano z só existe um fio s.

Estas memórias serão utilizadas nos computadores de navegação, a instalar nas futuras naves espaciais tripuladas.

17 — CONCLUSÃO

Não se pretendeu, com esta série de conferências, proceder a uma cobertura total da matéria. Realizou-se, em vez disso, a amostragem de alguns pontos que se consideram fundamentais e cujo conteúdo caracteriza bem a natureza e a ambiência do tema, descendo-se, nalguns deles, a certos pormenores.

Muitos aspectos igualmente importantes foram omitidos, como, por exemplo, análise sequencial e órgãos periféricos. A inclusão de todos os assuntos comprimiria o conjunto, obrigando a um tratamento demasiado superficial.

BIBLIOGRAFIA

P. Naslin — Circuits Logiques et Automatismes à Séquences — Dunod — 1965.

Robert S. Ledley — Digital Computers and Control Engineering — Mc. Graw-Hill — 1960.

H. Soubies Camy — Les Techiniques Binaires et le Traitement de l'Information — Dunod — 1959.

Hopkins — Apollo Computer — ELECTONICS — Jan 9th 1967.

FUNDAMENTOS DE RADIOCOMUNICAÇÕES

pelo Prof. Abreu Faro

Preço 30$00

GUIA DE ANÁLISE QUÍMICA DAS ÁGUAS

Pelo Prof. Herculano de Carvalho

Preço 90$00

TABELAS PARA O CÁLCULO DE BETÃO ARMADO

por Fernando Vasco Costa

5.ª edição revista e aumentada pelo autor e por João d'Arga e Lima

Preço 140$00

TABELAS TÉCNICAS

5.ª edição revista e aumentada

Preço 160$00

TOPOGRAFIA GERAL

pelo Eng.º A. C. Xerez

1.º Volume — 2.ª edição revista e aumentada
2.º » — 2.ª » » » »

Preço de cada volume 150$00

MANUAL DE HIDRÁULICA

pelo Eng.º Armando C. Lencastre

(Em preparação a 2.ª edição)

CÁLCULO DE PORTICOS

por G. Kani

Preço 50$00

DICIONÁRIO DE UNIDADES E TABELAS DE CONVERSÃO

pelo Eng.º Vasco Costa e Osvaldo Francês

Preço 35$00

Pedidos à "Técnica"

Desconto: 10 % aos assinantes

Resumos dos artigos publicados na Técnica n.º 367

Ano XLII — Abril 1967

Mercier Marques — C. D. U. 66.007.1

O engenheiro químico e a indústria

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pág. 321-329.

Historia-se a evolução da profissão no nosso país dedicando particular atenção aos problemas da formação e às diferenças existentes entre a preparação antiga e a actual dum engenheiro químico. Refere-se seguidamente o papel do engenheiro químico, a sua missão perante a indústria e à necessidade de preparação pós-universitária. Depois focam-se diversos aspectos da indústria química nacional, os seus muitos problemas, o desenvolvimento e o papel que nele têm os engenheiros químicos. Finalmente, aborda-se a posição do engenheiro químico na indústria e perante a Nação.

Correia de Araújo — C. D. U. 624.07 : 518.5

A computação linear e o cálculo das estruturas

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pág. 355-372.

O advento e a banalização da computação digital automática tiveram extraordinárias repercussões em todos os ramos da actividade humana, interessando tanto o homem de ciência e o técnico como o homem social. Enunciam-se as repercussões, directas e indirectas, que provocou no cálculo das estruturas resistentes das construções e, particularmente, os progressos que determinou na computação linear dessas estruturas, quer pelos processos correntes. E exemplifica-se com o caso das estruturas reticuladas.

Manuel Garrido — C. D. U. 621.313

La théorie dynamique des machines électriques

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pág. 331-354.

As equações de Lagrange não são aplicáveis às máquinas eléctricas de comutação e à roda de Barlow.
Partindo da lei da indução mostra-se como modificar as equações de modo que elas sejam aplicáveis àquele tipo de sistemas.
O método é aplicável a máquinas saturadas com uma distribuição qualquer de campo magnético.

Virgílio Igreja — C. D. U. 661.257 — 52

Estudo de um sistema de comando automático para o circuito de secagem e absorção de uma fábrica de ácido sulfúrico

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pág. 373-382.

Descreve-se um sistema de comando automático destinado a um processo multidimensional, cuja matriz de transferência é não diagonal. O elemento básico do sistema é uma rede correctora que se determina a partir daquela matriz e cuja associação ao processo conduz a uma matriz de transferência diagonal. É possível então formar malhas de regulação sem interacção e utilizar controladores convencionais. Determinam-se, a seguir, os parâmetros destes controladores pelo método de Ziegler Nichols. Finalmente, estuda-se a estabilidade do sistema pelo método do lugar geométrico das raízes (diagramas de Evans).

Synopsis of articles published in «Técnica» nº 367

XLII — April 1967

Correia de Araújo UDC 624.07 : 518.5

Linear computation and calculation of structures

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pp. 355-372.

The advent and the widespread use of automatic digital computation have brought about extraordinary repercussions in all branches of human activity, concerning both the scientist and the social man. In this paper, attention is drawn to the direct and indirect effects of this tool upon the calculation of structures. In particular, it deals with the improvements so induced in linear computation, whether it is performed by means of automatic or conventional procedures. As an illustration, the case of skeletal structures is considered.

Mercier Marques UDC 66.007.1

The chemical engineer and the industry

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pp. 321-329.

The evolution of this profession in Portugal is resumed, with particular reference to the problems of formation, and to the differences existing between the former and the present preparation of a Chemical Engineer.
The role of the chemical engineer, his mission in the industry are then referred and the need of a post-graduate preparation avoiding a divorce between the professional life and school, is pointed out and several aspects of the Portuguese chemical industry are focused.
Finally, the position of the chemical engineer in the industry and in the nation is taken into consideration.

Virgílio Igreja UDC 661.257—52

Automatic control of a dyring and absortion circuit in a sulphuric acid plant

Tecnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pp. 373-382.

The non-diagonal transfer matrix of an actual multidimensional process is determined. From this matrix, a network which converts that matrix into a diagonal one is obtained. The virtually independent loops thus determined are then treated by the Ziegler-Nichols's method in order to get the parameters of the P. I. D. single-loop controllers now applicable. At last, the root-locus method is used in the stability analysis of the system.

Manuel Gareido UDC 621.313

Dynamic theory of electric machines

Técnica No. 367 — XLII — 4. 1967, pp. 331-354.

Lagrange's equations are not applicable to commutator machines or to Faraday disc.
Starting with the induction law it is shown how to modify the equations in such a way that they become applicable to that kind of system.
The method is applicable to saturated machines with any magnetic field distribution.

BIBLIOTECA
FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

Duarte Cunha, Silva Casimiro, Tavares Pires

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por CDU (Classificação Decimal Universal).

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina de 75 × 125 mm.

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita,* independentemente do número de algarismos que o índice contiver, e respeitando a seguinte regra de arrumação dos sinais auxiliares:

+ / n.os simples : [ ] = (01/09) (1/9) (=) " "A/Z — .0 .00

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T.

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro classificado segundo a CDU.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 546.224-31 : 545.7

Direct conductometric microdetermination of sulfur dioxide at low concentrations in gases — *E. Erdos* e *J. Bares.*

Collection Czechoslov. Chem. Commun., 2-966, vol. 31, n.º 2, pág. 427-34.

Descreve-se e critica-se um método para a microdeterminação do anidrido sulfuroso em misturas gasosas. O método baseia-se na determinação directa do ácido sulfúrico formado pela absorpção do anidrido sulfuroso numa solução de água oxigenada, por conductimetria. A interferência da decomposição de excesso de água oxigenada, sobre a medição, foi suprimida pelo uso dum agente humectante e por um projecto adequado do aparelho. A determinação tem uma precisão de ± 0,1 % para quantidades de 2 a 5 mg de anidrido sulfuroso na amostra. O método é mais preciso e várias vezes mais rápido do que a titulação convencional.

C. D. U. 546.562 : 535.243

Aplicaciones analiticas del ácido orótico. I — Determinación espectrofotométrica de Cu (II) — *F. Capitan-Garcia* e *A. Arrebola.*

Rev. Univ. Ind. Santander, 1965, vol. 7, n.º 4, pág. 241-47.

Estuda-se a influência do pH do meio nas curvas de absorpção do ácido acético e do complexo orático-Cu (II) e a estabilidade das soluções aquosas do mesmo ácido e do complexo; o complexo segue a lei de Lambert-Beer sendo a recta influenciada pelo pH do meio.

Propõe-se um método para a determinação do Cu (II) no intervalo da concentração entre 2 e 22 ppm estabelecendo-se o erro e a reproducibilidade do mesmo.

Estudam-se as interferências dos catiões Zn (II), Ni (II), Cd (II), Pb (II) e Cu (II) e estabelece-se que a estequeometria do complexo a pH 5.5 é 1:1.

C. D. U. 621.165 + 621.313.322-81

Modern steam turbines and turbo-generators — *Hirrt, A. W. C.*

Elin Journal, 3-967, pág. 26-35.

O artigo descreve os vários meios empregados pelos construtores Ingleses, Continentais e Americanos para a solução dos problemas destas máquinas.

C. D. U. 621.311.22 (595)

The Krabi power plant, Thailand — *Schindler, W.* e *Schmarde, R.*

Elin Journal, 3-967, pág. 36-54.

O artigo descreve todo o equipamento da central, bem como pormenores da sua instalação.

C. D. U. 621.313.322—181.2 : 621.311.21 (436)

The electrical design and test of the generators for the Aschoch Power Station of the Osterreichische Donaukraftwerk A. G. — *K. Bilter.*

Elin Journal, 3-967, pág. 17-26.

CONSTRUÇÕES CIVIS

•

BETÃO ARMADO E PRE-ESFORÇADO

•

CARPINTARIA MECÂNICA

•

TRABALHOS DE PINTURA E ESTUQUES

Rua Dr. Alexandre Braga, 4-A

Telefones:

P. P. C. A. 56 00 51

End. Telegráfico: «CONSTRUÇÃO»

Depósito de Materiais:

Estrada de Moscavide, 17-19

Telefone 38 90 72

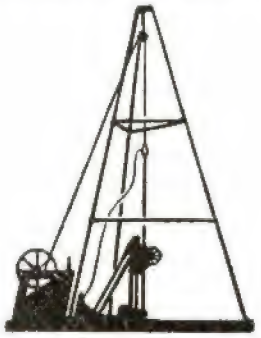
LISBOA

SONDAGENS RÓDIO, L.DA

LISBOA

RUA DE S. BENTO, 644-3.º

Telefones: 68 80 96/7/8 ✦ Telegramas: SETANSOL



RODIO

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Engenheiro Consultor: **Walter Weyermann**

GUIA DE ANÁLISE QUÍMICA DAS ÁGUAS

(Potáveis, Minerais e para a Indústria)

POR **A. HERCULANO DE CARVALHO**

Prof. do I. S. T. e do Instituto de Hidrologia de Lisboa

Preço 90$00

CÁLCULO DE PÓRTICOS

Método de cálculo simples e rápido, entrando em linha de conta com o deslocamento dos nós

por G. Kani

Preço 50$00

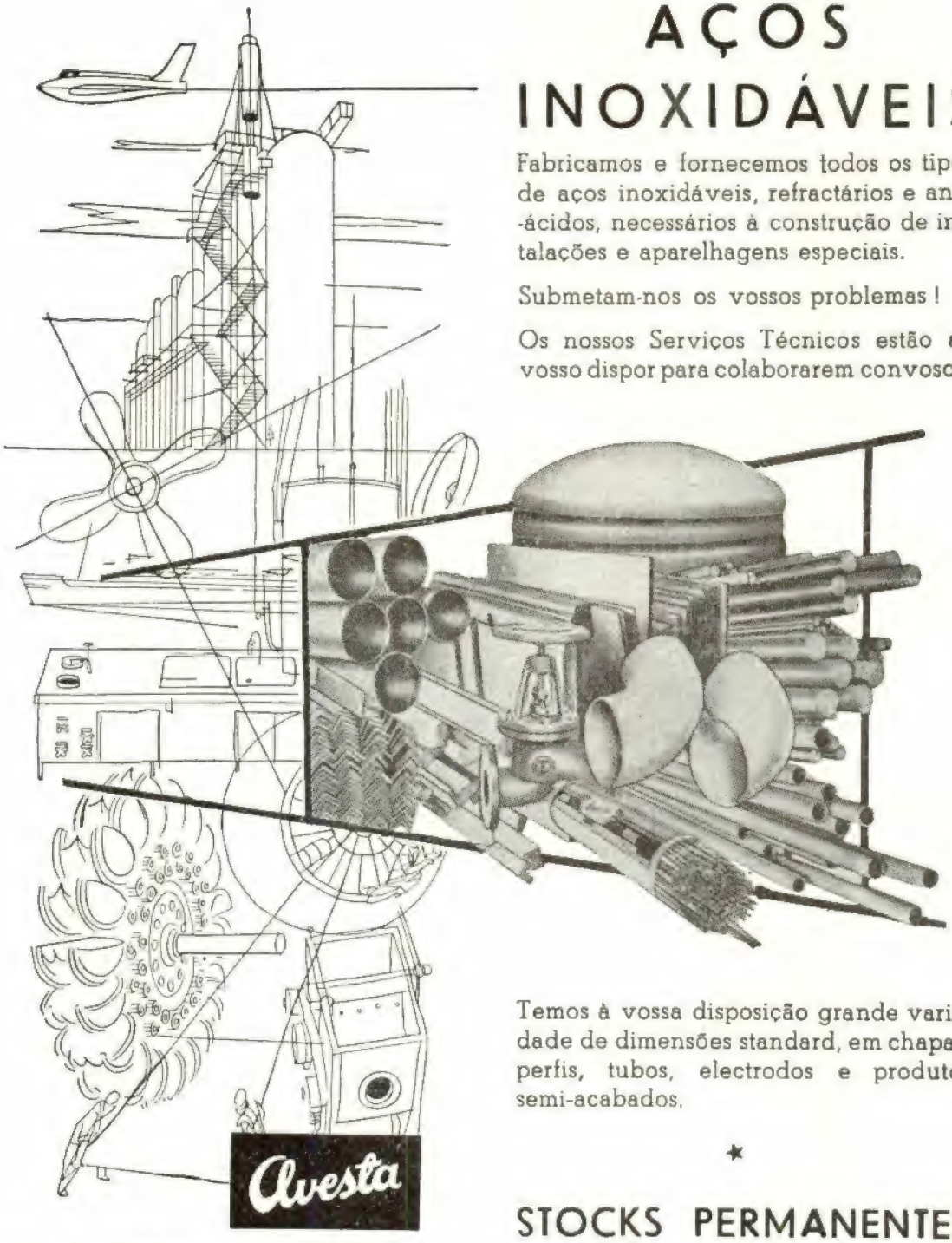
Pedidos à «Técnica» *Desconto 10 % aos assinantes*

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

★

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 537015-537016-537017-537018

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 54666

C. D. U. 621.316.542.064.45

Les disjoncteurs à air comprimé type HVH — *Lindström, I.*

ASEA-Revue 38 (1966) : 4, p. 81-87.

O autor refere os novos princípios de construção do disjuntor assim como o seu funcionamento.

C. D. U. 621.316.57.027.2

Le nouveau disjoncteur basse tension à déclenchement direct type GB 6 — *Bardorf O.*

Rev. Brown Boveri, t. 52 (1965), n.º 4, pág. 260-267, 10 fig., 1 tabl.

Descreve-se neste artigo o funcionamento e as possibilidades deste disjuntor, bem como do seu órgão de disparo de máximo de intensidade.

C. D. U. 621.316.933.1

Nouveaux parafoudres à soufflage magnétique pour des tensions alternatives jusqu'a 37 kV — *Kolb M. et W. Latal.*

Rev. Brown Boveri, t. 52 (1965), n.º 4, pág. 336-340, 5 fig., 1 quad., 6 ref. bibl.

C. D. U. 621.396.43.029.6

Application de la technique des semi-conducteurs aux équipements de télécommunication en hyperfréquence — *Käch A.*

Rev. Brown Boveri, t. 52 (1965), n.º 5-6, pág. 457-464, 9 fig., 4 ref. bibl.

O artigo descreve a multiplicação de frequência por meio de diodos de capacidade variável e a sua aplicação a um equipamento que trabalhe na banda 6400-7400 MHz.

C. D. U. 621.398
681.14

Les canaux à déplacement de fréquence pour les installations de téléaction et de transmission de données — *Zotter A.*

Rev. Brown Boveri, t. 52 (1965), n.º 5-6, pág. 429-438, 16 fig.

Com a utilização crescente dos aparelhos numéricos para a troca de informações nas redes de produção e transporte de energia, cresce a procura de instalações de transmissão com impulsos tão rápidos e tão pouco sensíveis ao ruido, quanto possível.

C. D. U. 621.436.052.016.4

Les températures atteintes dans les différentes parties d'un turbo-compresseur de suralimentation — *Bösch* N.

Rev. Brown Boveri, t. 52 (1965), n.º 3, pág. 204-213, 11 fig., 3 ref. bibl.

As solicitações térmicas que podem aparecer nas diferentes partes de um turbo-compressor foram estudadas por medidas de temperatura efectuadas por meio de pares termo-eléctricos, tanto em regime permanente como em regime variável.

C. D. U. 621-83 : 621.313.13-181.2

Electromotive high-power drives — *J. Baumhackl.*

Elin Journal, 3-967, pág. 1-17.

C. D. U. 621.9 : 534

Las vibracions en las maquinas herramientas — *Prof. J. Peters.*

Ingenieria Industria, 12-966, n.º 372, pág. 33-41.

Este artigo chama a atenção para a importância de certos problemas que aparecem no estudo da máquina ferramenta (sob o aspecto de vibrações) : deformações térmicas das transmissões dos avanços e problemas relativos aos espaços de corte e ensaios dos respectivos órgãos.

C. D. U. 624.072.2 [512.83]

La méthode des matrices-transfert — *R. Lacroix.*

Annales de L'Institut Technique du Batiment, 3-4-967, n.º 231/32 pág. 347-364.

O método permite efectuar o cálculo de sistemas a uma dimensão no que respeita a esforços e deformações pelo processo matricial.

Depois da explanação do método trata-se dos seguintes casos : viga contínua sobre apoios fixos ou elásticos, esforços de travagem em pontes e viga sobre solo elástico.

C. D. U. 624.2/9 [624.21.04.001.57]

Estudio experimental en modelo reducido — escala 1/5 — de um tramo de puente de hormigon pretensado — *M. J. M. Calzón ; J. Manterola ; J. L. Villegas.*

Cadernos de investigacion i.e.t.c.c., 4-967, n.º 4.

Estuda-se em modelo reduzido (1/5) o comportamento de um ramo de ponte, suposto simplesmente apoiado, com 5m de comprimento. Trata-se de uma ponte em betão pré-esforçado.

C. D. U. 625.711.8 [624.131.37]

Les recherches routières entreprises en Afrique d'expression française — Aplication à la conception et au renforcement des chausées économiques—*A. Remillon.*

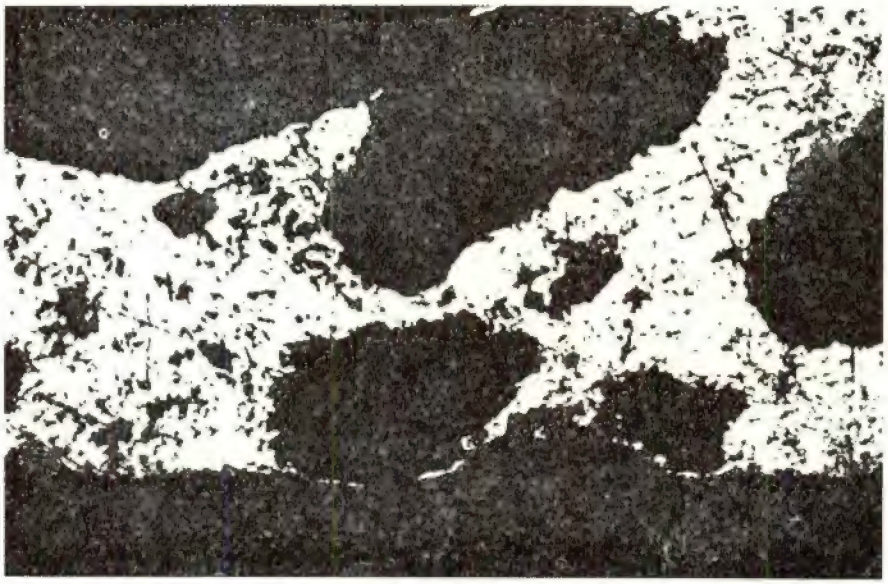
Annales de l'institut tehcique du batiment, 3/4/967 n.º 231/32 pág. 347 a 364.

Trata-se do comportamento dos solos tropicais em especial no sentido da construção de estradas.

Aborda-se o problema da construção de estradas de terra e de estradas com revestimento sujeito a trânsito reduzido.

Metal auto-lubrificante «DEVA» para chumaceiras

Pelo Engenheiro WALHUTER



Liga 144 sB 8 do metal DEVA 500 vezes aumentada

As exigências da técnica, no que se refere a materiais de grande rendimento para chumaceiras, estão a aumentar cada vez mais.

O metal DEVA deu, no desenvolvimento desses materiais, um notável passo em frente. Com efeito, o metal para chumaceiras criado pelas Fábricas DEVENTER-WERKE G.m.b.H. oferece uma síntese das propriedades de resistência do metal-base, e das propriedades auto-lubrificantes da matéria lubrificadora nele introduzida Graças a um processo de fabrico especial, não só se conseguiu introduzir a matéria auto-lubrificante, mas também distribuí-la uniformemente por toda a estrutura metálica. Devido à sua constituição, sobreleva este metal os outros materiais auto-lubrificantes, pela sua resistência à temperatura e insensibilidade às mudanças desta. Também porque a matéria auto-lubrificante está contida na própria estrutura do metal, pode este suportar altas pressões específicas derivadas de movimentos muito reduzidos. Se, às propriedades auto-lubrificantes contidas na própria estrutura das chumaceiras, aliarmos uma lubrificação conveniente, conseguir-se-á destas o mais alto rendimento.

Emprega-se no metal DEVA, como matérias auto-lubrificantes principais, a grafite coloidal e o bisulfureto de molibdénio. Em atmosferas oxidantes podem utilizar-se materiais com grafite até 700°C e, com MoS_2, até 420°C. Em atmosferas pouco oxidantes ou isentas de produtos ácidos, o metal DEVA com grafite suporta mesmo temperaturas irradiantes de 1000°C. Pode atender-se na mesma composição metálica simultâneamente às exigências de temperatura e às de corrosão, dispondo-se de diversas qualidades de metais-base, tais como: - Bronze, Latão, Ferro, Níquel, Cupro-Níquel, Ferro-Níquel.

O comportamento do material perante o atrito tem de considerar-se muito bom. O metal DEVA com grafite, em presença da água e gases absorventes, dá valores de fricção que vão de 0,08 a 0,12. Por outro lado, com MoS_2, esses valores vão, em atmosferas muito secas e de grande vácuo, de 0,12 a 0,14 O metal auto-lubrificante DEVA, aliado a produtos de lubrificação corrente, oferece também, onde as exigências de serviço forem desfavoráveis, coeficientes de fricção mais baixos do que os bronzes de chumaceira normais de maior rendimento.

O metal DEVA foi concebido especialmente para partes deslizantes, onde falham os meios de lubrificação e as estruturas de chumaceiras tradicionais. Isto pode acontecer onde hajam de enfrentar-se altas temperaturas, cargas elevadas, serviços isentos de óleo, riscos de explosão, necessidade de asseio da matéria-prima a trabalhar, ou simplesmente dispensa de vigilância

Segundo as composições, a dureza Brinell oscila entre 55 e 90 Kp/mm^2; a resistência à compressão entre 7 e 14 Kp/mm^2. O coeficiente de dilatação linear ao calor corresponde ao do respectivo metal-base e vai de 12 a 19×10^{-6} A dilatação do material, apesar de estar nele incorporada a materia autolubrificante, oscila entre 2 e 4 %

O metal DEVA deixa-se usinar extraordinàriamente bem e as suas características à usinagem assemelham-se às do Bronze e às do Ferro fundido. Pode ligar-se satisfatòriamente a diversos materiais, como por exemplo, por meio de soldadura ou colagem, ao ferro ou ao bronze, ou ainda à borracha ou matérias plásticas, com o fim de se obterem chumaceiras elásticas.

O emprego do metal DEVA oferece alto grau de economia e baixo custo de manutenção. Pode além disso conseguir-se, de forma conveniente, uma grande série de construções de acordo com as necessidades em vista, por meio da utilização de anilhas de metal DEVA.

Fabricante:

DEVENTER-WERKE G. m. b. H.

3572 — Stadt Allendorf

ALEMANHA

Representantes:

SENNA, BOTTO & LEITÃO, L.DA

Rua Nova do Almada, 18-1.°

Telef. 34572 **LISBOA-2**

C. D. U. 621.9(494)

A evolução técnica e a construção das máquinas-ferramentas suiças — *André Mottu.*

Suíça técnica, 2-967, n.º 2/3, pág. 27-32,

Este artigo foca ùnicamente três pontos:

1. Influência da exactidão das usinagens sobre a evolução técnica.
2. Factores determinantes de precisão das usinagens.
3. A automatização e a máquina-ferramenta.

C. D. U. 658

A estrutura orgânica da empresa — *E. N. Serra-Brandão.*

Óleos e sabões, 8/10-966, n.º 15, pág. 11-16.

Neste artigo faz-se uma clara distinção entre «organização» e estrutura orgânica que é apenas um dos aspectos dos problemas de organização que se põem às empresas e, como o nome indica, se encontra na base de todos os outros. A terminar faz-se a distinção entre «estrutura orgânica» e «organograma» e chama-se a atenção para os erros e perigos que resultam de se confundir a estrutura com a sua própria representação gráfica como meio de expressão e mais fácil divulgação.

C. D. U. 66.049.1.005

El evaporador de placas: un nuevo y revolucionario sistema de concentración — *L. Manzano de la Cruz.*

Ion, 8/966, vol. 26 n.º 301, pág. 438-453.

Sendo a concentração das soluções de sólidos em líquidos essencialmente um problema de troca de calor é lógico que se lhe tente aplicar o princípio do sistema de permutadores de calor de placas.

Assim neste artigo examinam-se os elementos da evaporação e os tipos clássicos de evaporadores, indica-se como é e como funciona um evaporador de placas e termina com uma revisão de conjunto das aplicações industriais deste evaporador que desde 1957, data do seu lançamento industrial, ganhou o interesse dos técnicos e investigadores.

C. D. U. 662.69

El gas natural, combustible y materia prima — *M. S. Perez.*

Dyna, 6-966, vol 41, n.º 6, pág. 313-320.

O gás natural é um combustível muito apreciado constituído à base do metano. O artigo refere-se aos principais componentes e derivados do gás natural, às mportações de gás natural na Europa Ocidental e às características do gás natural da Argélia prevendo-se ainda os consumos de gás natural na Europa ocidental em 1975.

C. D. U. 669.041

Recent heat treatment furnace installations — Survey of developments and applications.

Metallurgia, 6-966, vol. 73, n.º 440, pág. 263-283.

O presente artigo refere-se a fornos para aquecimento de metais, revendo as últimas tendências e inovações neste campo. É evidente o contínuo progresso que os fornos têm sofrido sobretudo no que diz respeito ao equipamento de controle.

C. D. U. 669.1

Investigación aplicada de la calidad en siderurgia — *J. M. Suarez.*

Dyna, 8-966, vol. 41, n.º 8, pág. 439-449.

C. D. U. 669.14.018.822

Stainless steel — its origin — *A. G. Larkin.*

Metallurgia, 4-966, vol. 73, n.º 438, pág. 165-166.

Desde o primeiro aço inoxidável preparado há 50 anos, muitos avanços ele sofreu. Ao seu autor, Harry Brearly, contudo, se deve em grande parte o estudo das potencialidades do novo desenvolvimento e o esforço para o estabelecer como material industrial.

C. D. U. 669.182

Cementación de aceros nacionales — *A. Sierra-Hartman; G. Estrada-Hurtado.*

Revista de la Univ. Industrial de Santander, 1965, vol. 7, n.º 4, pág. 263-284.

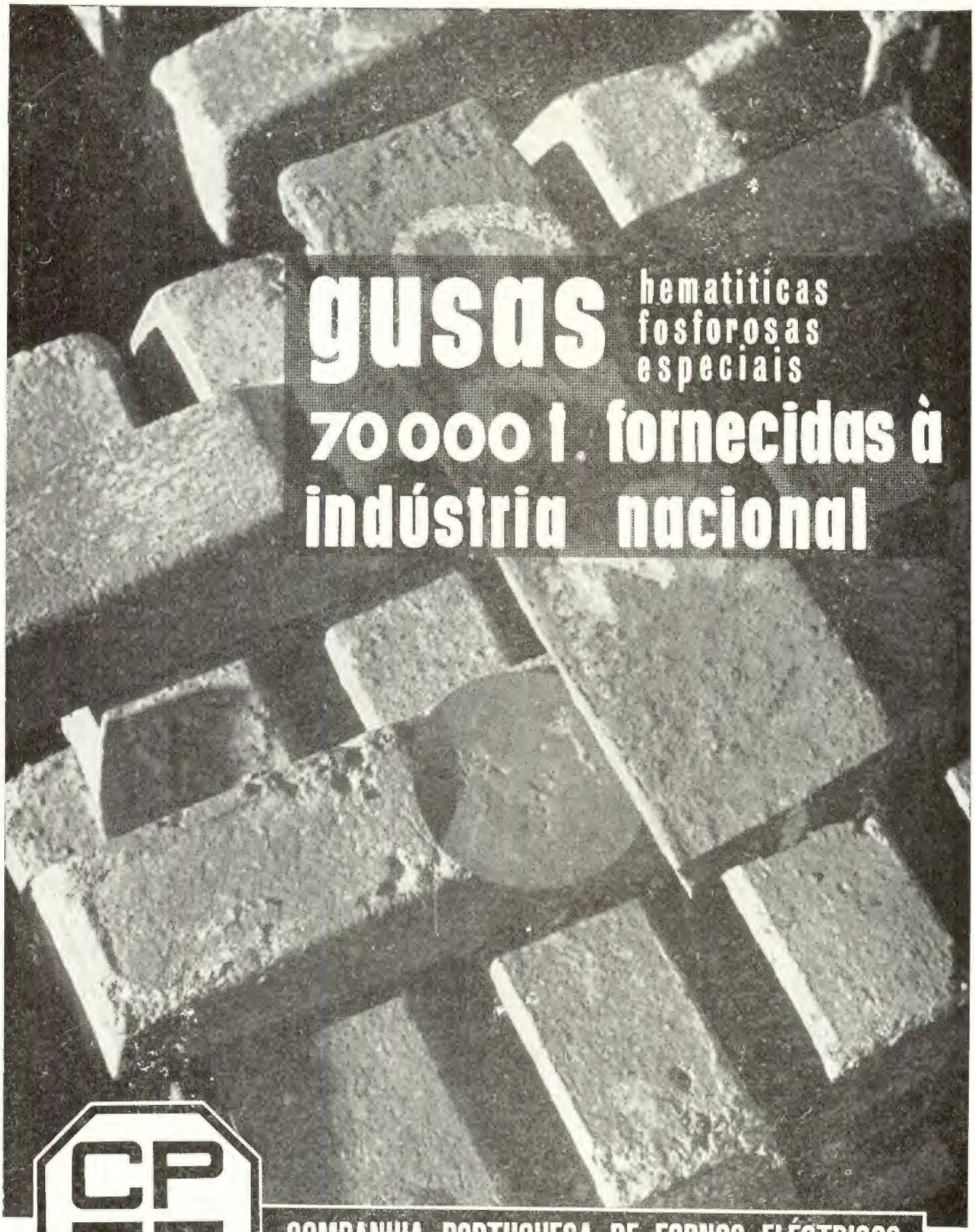
Apresentam-se resultados de ensaios de cementação obtendo-se a influência da temperatura e duração do tratamento em provetes de aço Aisi 1010.

C. D. U. 669.243.826

Le procedé Ni-speed — *Revue du Nickel.*

Revue du Nickel, 1966, n.º 2, pág. 153-156.

O processo Ni-Speed permite obter depósitos electrolíticos do niquel a uma velocidade que pode chegar a 1 mm de espessura por hora. Além disso o processo permite variar entre largos limites a dureza e as tensões internas sem emprego de agentes da adição.



CP
FE

COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

Capital 60 MIL CONTOS S A R L

Largo de S. Carlos, 4 Lisboa · 2

Os depósitos deste processo não contêm enxofre incorporado e proveniente dos agentes de adição utilizados nos processos convencionais para aumentar a dureza do depósito ou controlar as tensões internas. Assim os depósitos não se tornam fracos nos limites de gás quando submetidos a elevadas temperaturas e apresentam elevada resistência à corrosão.

Este artigo descreve o processo referindo-se em especial à aparelhagem utilizada, operações a realizar, relações entre as propriedades do depósito, densidade da corrente e temperatura e as suas aplicações.

C. D. U. 669.71 : 539.388

On the metallography and crystallography of shear mode fatigue fracture in aluminium alloys — *C. Stubbington e P. Porsyth.*

Metallurgie, 7-966, vol. 74, n.º 441, pág. 15-21.

Estudou-se a fractura por fadiga de corte em ligas de alumínio. Usando microscopia electrónica e optica demonstrou-se que as zonas danificadas são produzidas por escorregamento à frente das falhas devidas à fadiga. O exame das figuras de fractura por fotografia e metalografia óptica mostra que a fractura ocorre nos planos { 1,1,1 }.

C. D. U. 669.712

Further development of the Bayer-Method applied in the alumina industry for the purpose of improving alumina out-put and a better use of the iron content in bauxe — *G. Dobos.*

Acta Technica, 1966, vol. 55, n.º 3-4, pág 303-326.

A partir das bauxites hungaras, elaborou-se um processo de três estágios para produção de alumínio e ferro.

Este processo baseia-se numa combinação do processo Bayer e de aglomeração do Krupp-Rem.

C. D. U. 669.713.7

L'influence de l'isolement thermique des cathodes sur le procédé d'électrolyse de l'aluminium (em russo) — *E. Balázs e J. Adam.*

Acta Technica, 1966, vol. 55, n.º 3-4 pág. 327-339.

A escolha do isolamento térmico lateral das cuvas para electrólise do alumínio importa sob o duplo ponto de vista de perdas de calor das cuvas e da sua influência no sobreaquecimento do electrólito. Se o isolamento lateral for muito fraco a electrólise e sobreaquecida e se este isolamento é muito forte a instabilidade da marcha da cuva ultrapassa a medida admissível. O cálculo mostra a importância da escolha correcta do isolamento lateral no que diz respeito ao rendimento eléctrico da electrólise industrial do alumínio.

C. D. U. 669.715

El A-Z5G, duraluminio para la construcción — *Y. Bresson.*

Ingenieria, Industrie, 8-966, n º 375, pág. 66-69.

Trata-se duma liga que possui notáveis propriedades, pertencendo à família das ligas Al-Zn-Mg. Apresentam-se a sua composição química, as propriedades físicas e mecânicas, resistência à corrosão e outras características.

C. D. U. 669.86 (213)

O problema do conforto térmico em climas tropicais e subtropicais — *Ruy José Gomes.*

Fomento, 1-967, vol. 4, n.º 2, pág. 145 a 186.

Pretende-se esboçar uma panorâmica geral dos problemas do conforto em climas quentes. Apresentam-se em registos gráficos sumários, uma compilação de elementos de clima relativos aos territórios portugueses em África. Recordam-se seguidamente as bases fisiológicas do conforto térmico e comentam-se os critérios de quantificação e definição dos limites do conforto, acentuando a fundamental influência da habituação ao clima. Tratam-se também peculiaridades da construção em países tropicais. Examinam-se finalmente as condições de conforto que a habitação pode assegurar nos climas quentes, com exemplos.

C. D. U. 677.31 : 677.826

Wool Bleaching — Part 1.

Wool Science Review, 8-966, n.º 30, pág 16-26.

Estuda-se o branqueamento da lã, defenindo-se o branqueamento, expondo-se a sua teoria e consequência e dedicando especial atenção ao branqueamento a altas e baixas temperaturas.

C. D. U. 681.14.004.14

Direct entry computer systems — *E. Small.*

Metallurgie, 7-966, vol. 74, fasc. 441, pág. 31-34.

Neste artigo, um discurso feito pelo autor no Simpósio Internacional de Computadores, em Praga, referem-se os campos de aplicação que poderiam ter computadores portáteis nos domínios comercial, industrial, profissional, governamental e científico.

LISTA CLASSIFICADA DE ANÚNCIOS

Neste número continua a «Técnica» a sua secção de publicidade — a *lista classificada de anúncios* — destinada a facilitar a procura por parte dos clientes.

Estas páginas amarelas ficam abertas aos nossos leitores, que nelas podem anunciar a sua firma e endereço, ao preço de 50$00 por número. Quanto aos nossos anunciantes, é com muito gosto que lhes concedemos grátis a inscrição na lista.

CONSTRUÇÃO CIVIL

CONSTRUTORES CIVIS

— **Construções Técnicas, Lda.**
P. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Escodel**
Rua Ferreira Lapa, 42, 1.º D. — Lisboa.

— **Fundações Franki**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 73 41 12.

— **Soc. Const. Amadeu Gaudencio, Ld.ª**
R. Dr. Alexandre Braga, 4-A — Lisboa
Telef. 4 31 91 — 92 — 93.

— **Soc. de Pré-Fabricação e Obras Gerais Novobra**
Av. Estados Unidos da América, 100-5.º D
— Telef. 77 48 32 / 76 64 46 — Lisboa 5

ESCAVADORAS

— **Guedes & Almeida**
Rua Aurea, 181-2.º — Tel. 32 78 45 — Lisboa 2

— **S. T. E. T. — Soc. Técnica de Equipamentos e Tractores, Ld.ª**
Prior Velho — Sacavém — Tel. 2 51 00 01/4.

FUNDAÇÕES

— **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Av. da República, 42-8.º
— Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
R. S. Pedro de Alcantara, 1 — Tel. 32 46 93 e 21 32 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira.

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12.

— **Johann Keller**
R. dos Bem Lembrados - Cascais — Tel. 28 01 46

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 55 38 73 — 5 95 62 — 73 35 45.

— **Sondagens Ródio**
Rua de S. Bento, 644-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146, 2. — Lisboa.
Tel. 3 40 10 - 32 02 08

IMPERMEABILIZAÇÃO

— **Empresa de Produtos Asfálticos**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56.

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Wild Portugal, Ld.ª**
Praça das Águas Livres, 8, s/l 6 — Lisboa 2 — Tel. 68 11 27.

ISOLAMENTO TÉRMICO E ACÚSTICO

— **ISOLA**
Av. António Augusto de Aguiar, 17, 2.º e 3.º esq.
Tel. 53 71 91 — Lisboa.

— **SETH, Ld.ª**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56

— **Tesa — Beiersdorf Portuguesa S.A.R.L.**
Queluz

MOBILIÁRIO

— **Fábrica Portugal**
R. Febo Moniz

SONDAGENS

— **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Avenida da República, 42-8.º
Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
R. S. Pedro de Alcântara, 1 — Tel. 32 46 93 e 21 13 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira.

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12

— **Johann Keller**
R. dos Bem Lembrados - Cascais — Tel. 28 01 46

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 55 38 73 — 5 95 67 — 73 35 45.

— **Sondagens Ródio, Ld.ª**
Rua de S. Bento, 664-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8.

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146-2.º — Lisboa.

CONSTRUÇÕES METALO-MECANICAS

CONSTRUTORES METALO-MECÂNICOS

— **Construções Metalo-mecânicas MAGUE, Ld.ª** — Alverca

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35.
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **LISNAVE**
Rocha do Conde de Óbidos — Lisboa

— **Sociedade Industrial Metalúrgica**
R. de S. Tiago, 1

REPARAÇÕES E CONSTRUÇÕES NAVAIS

LISNAVE
Rocha Conde de Óbidos — Lisboa

EQUIPAMENTO ELECTRICO

— **AEG — Lusitana de Electricidade**
R. João Saraiva, 4-Tel. 71 11 71/71 40 01-Lisboa.

— **ASEA**
Rua de Artilharia Um, 104-4.º Dt. — Lisboa — Tel. 68 90 17/8/9.
R. do Campo Alegre, 144, Porto — Tel. 6 21 06/9

— **Electrotécnicos Reunidos**
Avenida João XXI, 64 — Lisboa.

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **Siemens — Companhia de Electricidade**
Avenida Almirante Reis, 65
Telef. 53 69 21/0 — Lisboa

— **Soc. de Elec. Brown Boveri**
R. Sá da Bandeira, 481-2.º — Tel. 2 34 11 — Porto

— **Sociedade Michäelis de Vasconcelos, Ld. — Oerlikon**
Av. Marquês de Tomar, 94 — Lisboa.
P. da Liberdade, 114 — Porto.

— **Standard Eléctrica**
Av. da Índia — Lisboa.

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

BATERIAS

— **TUDOR — Soc. Port. de Acumuladores**
Av. Fontes Pereira de Melo, 12
Tel. 5 19 47 — Lisboa.

DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

ELÉCTRODOS

— **Electro-Arco, Ld.ª**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa — Tel. 68 36 49.
R. do Bolhão, 216 — Porto — Tel. 2 12 77.

INSTALAÇÕES

— **Isolux, Lda.**
R. Gonçalves Crespo, 33, 3.º — Lisboa
R. de Sá da Bandeira, 551, 4.º — Porto.

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35.
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **SIEMENS — Companhia de Electricidade**
Av. Almirante Reis, 65—Tel. 53 69 21/0—Lisboa

ISOLAMENTOS

— **Empresa Electro-Cerâmica, S.A.R.L.**
L. Barão de Quintela.

SOLDADURAS

— **Electro Arco**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa
R. do Bolhão, 216 — Porto

TELECOMUNICAÇÕES

— **A E G Lusitana de Electricidade**
R. João Saraiva, 4—Tel. 71 11,71/71 40 10-Lisboa

— **Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos, S.A.R.L.**
R. Rodrigo da Fonseca, 110, r/c — Lisboa — Tel. 68 60 72.
R. Sá da Bandeira, 766-1.° E — Porto — Tel. 2 48 18

— **Standard Eléctrica, S.A.R.L.**
Av. da Índia — Lisboa.

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

— **ALBA — Fábricas Metalúrgicas**
Albergaria-a-Velha — Tel. 5 22 06/7

— **DEMAG — Soc. Comercial Romar**
Trav. da Galé, 9 — Tel. 63 56 70 — Lisboa.
Santa Iria de Azoia

— **HIDREL**
Rua do Alecrim, 47-A e B
Telef. 32 57 00 e 35 966 — Lisboa

— **S. T. E. T.—Soc. Técnica de Equipamentos e Tratores, S. A. R. L.**
Prior Velho—Sacavem—Tel. 2510001/4.

BOMBAS

— **CIDEX — Comércio Internacional e Representações Industriais**
Av. Casal Ribeiro, 46-2.°-Tel. 73 53 07-Lisboa 1

CORRENTES

— **Auto - Lusitania**
Av. da Liberdade, 73 - 79 — Lisboa.

— **Harker Summer**
L. Corpo Santo, 18 — Tel. 32 48 23 — Lisboa.

MÁQUINAS-FERRAMENTAS

— **Soc. Portuguesa de Válvulas**
R. Academia de Ciências, 5 — Lisboa.
Tel. 3 17 10.

INDÚSTRIAS QUÍMICAS

COLAS

— **Araldite**

FELTROS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais**
Estrada de S. João — Ovar

LUBRIFICANTES

— **B. P.**

TÊXTEIS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais, Ld.ª**
Estrada de S. João — Ovar.

LIVROS TECNICOS

— **TECNICA**
Avenida Rovisco Pais — Lisboa
Tel. 77 54 49

MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

AÇOS ESPECIAIS

— **A. Johnson & C.ª (Portugal), Ld.ª**
P. José Fontana, 11-1.° — Lisboa — Tel. 53 70 15/ /6/7/8.
R. Dr. António Granjo, 160/168-Porto-Tel. 5 46 69

— **ALBA — Fábricas Metalúrgicas**
Albergaria-à-Velha
Telef. 5 22 06/7

— **Companhia Portuguesa de Trefilaria**
R. do Instituto Industrial, 18-1.°, Dt.° — Lisboa
Tel. 67 12 24/5.

— **DEVA — Senna, Botto & Leitão, Ld.ª**
Rua Nova do Almada, 14
Telef. 34 572 — Lisboa

— **Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos**
L. S. Carlos, 4-2.°

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.° — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

BETÃO

— **Companhia Portuguesa de Trefilaria**
R. do Instituto Industrial, 18-1.°, Dt.° — Lisboa
Tel. 67 12 24/5.
Lisboa 1

— **Empresa Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa. — Tel. 5 91 61/66.

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.º — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

— **Sociedade Portuguesa CAVAN**
R. de D. Estefânia, 94-A — Lisboa — Tel. 4 78 12 e 5 01 29.

CIMENTOS

— **CIBRA — Cimentos Brancos**
Tv. do Corpo Santo, 15 — Lisboa — Tel. 32 04 64.
R. do Bonjardim, 205 — Porto — Tel. 2 57 79.

— **Empresa de Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa — Tel. 5 91 61/66.

— **Secil**
R. do Comércio, 156—Lisboa 2 —Tel. 32 82 01/2/3

MATERIAIS REFRACTÁRIOS

— **CERVAL — Cerâmica de Vale de Lobos, Ld.ª**
Av. Joaquim António de Aguiar, 41-5.º D.
Tel. 53 11 38 — Lisboa.

ARTIGOS DE ESCRITÓRIO

— **A. W. Faber — Castell**
Iberex — Av. D. Carlos I, 132 — Tel. 66 47 47 — — 66 36 56 — Lisboa.

— **J. J. Silva & Irmão, Lda.**
Rua Silva Carvalho, 232-B — Lisboa
Tel. 65 2750 / 68 06 71

— **Rotring — Representante Artur Westheimer**
Lisboa.

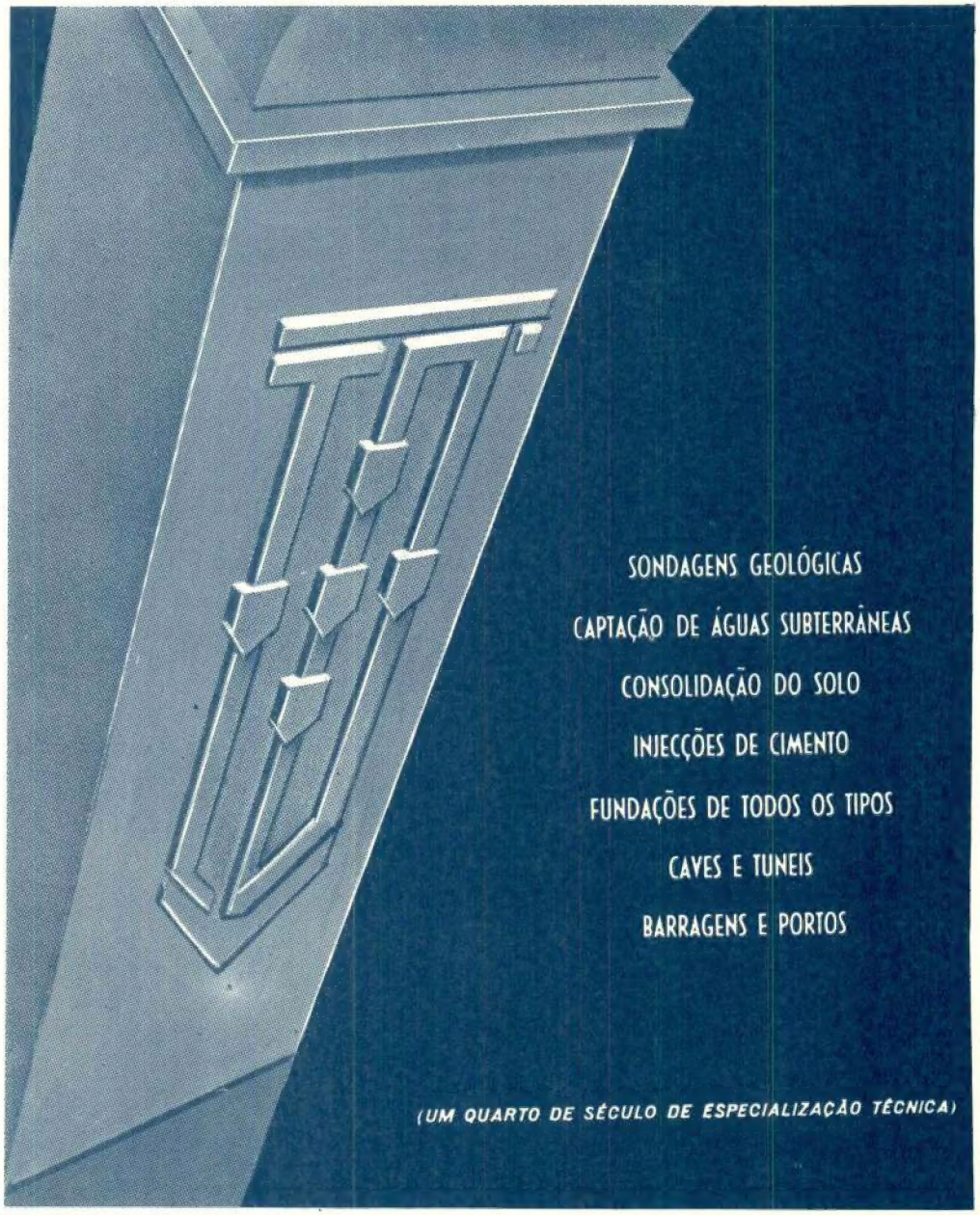
— **TESA — Beiersdorf Portuguesa S.A.R.L.**
Queluz

Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

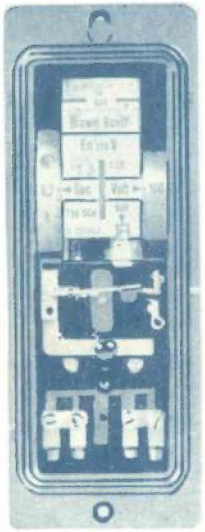
AV. DA REPÚBLICA, 42, 8.º
TELEFS. 77 70 86/7 e 77 12 65

LISBOA

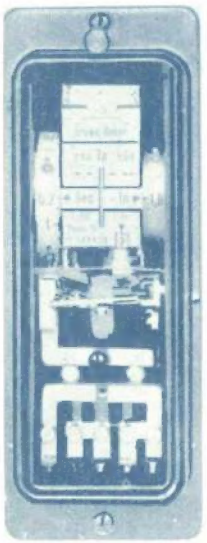


Protegei as vossas máquinas, aparelhos, e instalações, dos perigos externos e internos utilizando relés

BROWN BOVERI

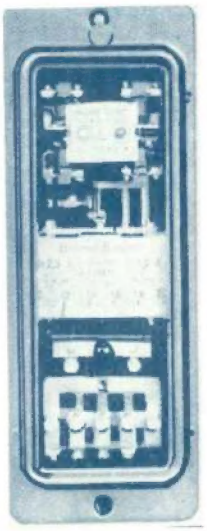


Sobretensão

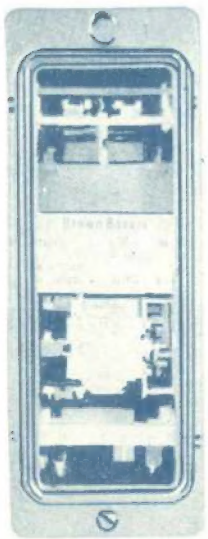


Sobrecarga curto-circuito

Sobrecarga térmico



Sobrecarga instantâneo



Frequência

Cargas assimétricas

Diferencial

Terra

Os nossos Serviços Técnicos podem auxiliar a resolver os vossos problemas sobre protecções.